∽ Baccalauréat Polynésie STT CG - IG juin 2003 ∾

Coefficient 4 Durée 3 heures

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 **4 points**

Un examinateur doit interroger, dans un certain ordre, quatre candidats : Albert, Bertrand, Camille et Dominique. Il doit donc établir une liste ordonnée de quatre noms.

1. Déterminer le nombre de listes possibles (on pourra s'aider d'un arbre).

On suppose que l'examinateur tire la liste ordonnée des quatre noms au hasard, chaque liste possible ayant la même probabilité.

Pour les questions suivantes, les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

2. Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

— E : « Bertrand est interrogé en premier » ;
— F : « Camille est interrogé en dernier » ;
— G : « Dominique est interrogée avant Bertrand ».

3. Définir par une phrase l'évènement $E \cap F$ et en donner sa probabilité.

4. Définir par une phrase l'évènement $E \cup F$ et en donner sa probabilité.

Note : les probabilités conditionnelles ne sont pas au programme.

EXERCICE 2 **6 points**

Afin de renouveler l'équipement de ses 60 ouvriers, un chef de chantier a besoin pour l'année de 2 casques au plus par personne, de 3 paires de bottes au plus par personne et d'au moins 4 bleus de travail par personne.
Pour cela il contacte deux fournisseurs qui lui font les propositions suivantes :
Le fournisseur A : un lot de 10 casques, 6 paires de bottes et 8 bleus de travail pour 1 200 euros.
Le fournisseur B un lot de 3 casques, 5 paires de bottes et 10 bleus de travail pour 1 800 euros.

1. On note x le nombre de lots A et y le nombre de lots B achetés par le chef de chantier. Montrer que les contraintes de cette situation peuvent se traduire par le système d'inéquations suivant :

$$\left\{\begin{array}{lcl} y & \leqslant & \dfrac{-10}{3}x+40 \\ y & \leqslant & \dfrac{-6}{5}x+36 \\ y & \geqslant & \dfrac{-4}{5}x+24 \end{array}\right. \quad \text{où} \quad x \quad \text{et} \quad y \quad \text{sont des nombres entiers naturels.}$$

2. Dans un repère orthonormal où 1 cm représente 2 unités, mettre en évidence en la coloriant la partie de plan dans laquelle se trouve l'ensemble des points $M(x\ ;\ y)$ solutions du système précédent.

3. Exprimer en fonction de x et de y la dépense occasionnée par l'achat des x lots A et des y lots B.

4. Tracer sur le même graphique la droite (D) correspondant à une dépense de 45 000 euros. Combien y a-t-il de solutions entraînant une dépense strictement inférieure à cette valeur ?

5. Déterminer graphiquement une valeur de $(x\,;\ y)$ entraînant une dépense minimale et donner cette dépense.

PROBLÈME **10 points**

Dans ce problème, on étudie un ajustement pertinent d'un nuage de points.

Partie A

Le tableau 1 ci-dessous donne le taux d'équipement en matériel informatique des ménages américains :

a	1975	1980	1985	1990	1995	2000
y en %	10	15	30	50	69	79

On pose $x = \dfrac{a - 1975}{5}$ pour obtenir le tableau 2 suivant :

x	0	1	2	3	4	5
y	10	15	30	50	69	79

1. Tracer un repère orthogonal faisant apparaître les abscisses de 0 à 9 et les ordonnées de 0 à 100 (on prendra 2 cm = 1 unité en abscisse et 2 cm = 10 unités en ordonnée). Tracer dans ce repère le nuage de points $(x\,;\ y)$ correspondant aux données du tableau 2.

2. On estime à 86,54 millions le nombre de foyers américains en 1980 et à 103,85 millions en 1995.

a. Déterminer le nombre de foyers équipés en 1980.

b. Déterminer le nombre de foyers équipés en 1995.

c. Calculer le pourcentage d'augmentation du nombre de foyers équipés entre 1980 et 1995.

Partie B

On se propose d'obtenir un ajustement du nuage à l'aide du graphe de la fonction définie sur $[0\,;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \frac{100}{1 + 9\mathrm{e}^{-0,7x}}.$$

1. **a.** Montrer que la courbe représentative de la fonction f passe par le point de coordonnées $(0\,;10)$.

b. Calculer une valeur de $f(5)$ arrondie à l'unité près.

2. **a.** Déterminer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
En déduire l'existence d'une asymptote.
Que peut-on en déduire pour l'évolution du taux d'équipement ?

b. On désigne par f' la fonction dérivée de f sur $[0\,;\ +\infty[$. Calculer $f'(x)$ et déterminer son signe.

c. Donner le tableau de variations de f.

d. Compléter le tableau ci-dessous (les valeurs de $f(x)$ seront données au dixième le plus proche).

e. Tracer la représentation graphique de f dans le repère déjà utilisé à la **partie A**.

f. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 95$ (on fera apparaître les tracés sur le graphique).
Que peut-on en déduire au sujet du taux d'équipement ?