

## Baccalauréat STT CG - IG Polynésie septembre 2003

Coefficient 2

Durée 2 heures

La calculatrice est autorisée.

### EXERCICE 1

**6 points**

Le tableau suivant indique l'évolution du pourcentage de vente des monospaces par rapport aux ventes totales de véhicules neufs d'un concessionnaire entre 1995 et 2002.

$x$  représente le rang de l'année et  $y$  le pourcentage correspondant.

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
$x$	1	2	3	4	5	6	7	8
$y$	6,4	8	10,1	11,1	12,7	14,4	15	15,9

1. Représenter, dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité graphique 1 cm le nuage des points  $M(x; y)$  de cette série.  
On graduera l'axe des ordonnées à partir de 5.
2. a. Déterminer les coordonnées du point moyen G de la série.  
On estime que la droite  $\mathcal{D}$  passant par G de pente 1,4 réalise un ajustement affine du nuage représenté.  
b. Déterminer une équation de la droite  $\mathcal{D}$ .  
c. Tracer la droite  $\mathcal{D}$  sur le graphique précédent.
3. En utilisant l'ajustement affine donnée par la droite  $\mathcal{D}$  :
  - a. estimer graphiquement le pourcentage de monospaces neufs vendus en 2003 ;
  - b. estimer, par le calcul, en quelle année le pourcentage de vente des monospaces atteindra 25 %.

### EXERCICE 2

**5 points**

Pour poser une mosaïque, un carreleur dispose de carreaux dont 25 % sont jaunes, les  $\frac{2}{5}$  sont bleus et les 525 restants sont blancs.

1. Quel est le pourcentage de carreaux blancs ?  
Montrer que le carreleur dispose de 1 500 carreaux.
2. Certains carreaux sont abîmés : ils représentent 4 % des jaunes, 5 % des bleus et 4 % des blancs.

Recopier et finir de compléter le tableau suivant :

	Carreaux jaunes	Carreaux bleus	Carreaux blancs	Total
Abîmés				
Non abîmés				
Total			525	1 500

3. Le carreleur prend un carreau au hasard, tous les carreaux ayant la même probabilité d'être choisis. On considère les événements suivants :
  - $A$  : « le carreau est blanc »
  - $B$  : « le carreau n'est pas abîmé »
  - $C$  : « le carreau est bleu ».

Calculer les probabilités  $p(A)$ ,  $p(B)$  et  $p(\overline{C})$ .

Les résultats seront donnés sous forme décimale exacte.

4. Définir par une phrase les événements  $A \cap B$  et  $A \cup B$  puis calculer leur probabilité.  
Les résultats seront donnés sous forme décimale exacte.
5. Le carreleur choisit au hasard un carreau non abîmé, quelle est la probabilité pour qu'il soit blanc?  
Le résultat sera donné sous forme d'une valeur décimale arrondie à  $10^{-2}$  près.

**PROBLÈME****11 points**

Ce problème a pour objet l'étude des principales méthodes d'analyse au programme de la série.

Soit la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  dont la représentation graphique  $\mathcal{C}$  sur l'intervalle  $[0,5; 12]$  est donnée en annexe. La droite  $\mathcal{T}$  est la tangente à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 1.

**Partie A**

Pour chacune des 5 questions, reporter sur la copie la ou les lettres correspondant aux réponses exactes.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
1.	Quelle est l'image de 1 par $f$ ?	-4	2,3	-3,5
2.	Quelle est la valeur de $f'(1)$ ?	1,5	8	-12
3.	Quelle est l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$ ?	$y = -8x - 12$	$y = 8x - 12$	$y = 12x + 8$
4.	D'après le graphique, quel est le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $[0,5; 12]$ ?	1	2	3
5.	Dans quel(s) intervalle(s) y a-t-il une solution ?	$[1; 2]$	$[0; 1,5]$	$[11; 12]$

**Partie B**

La fonction  $f$  précédente est définie sur  $]0; +\infty[$  par :

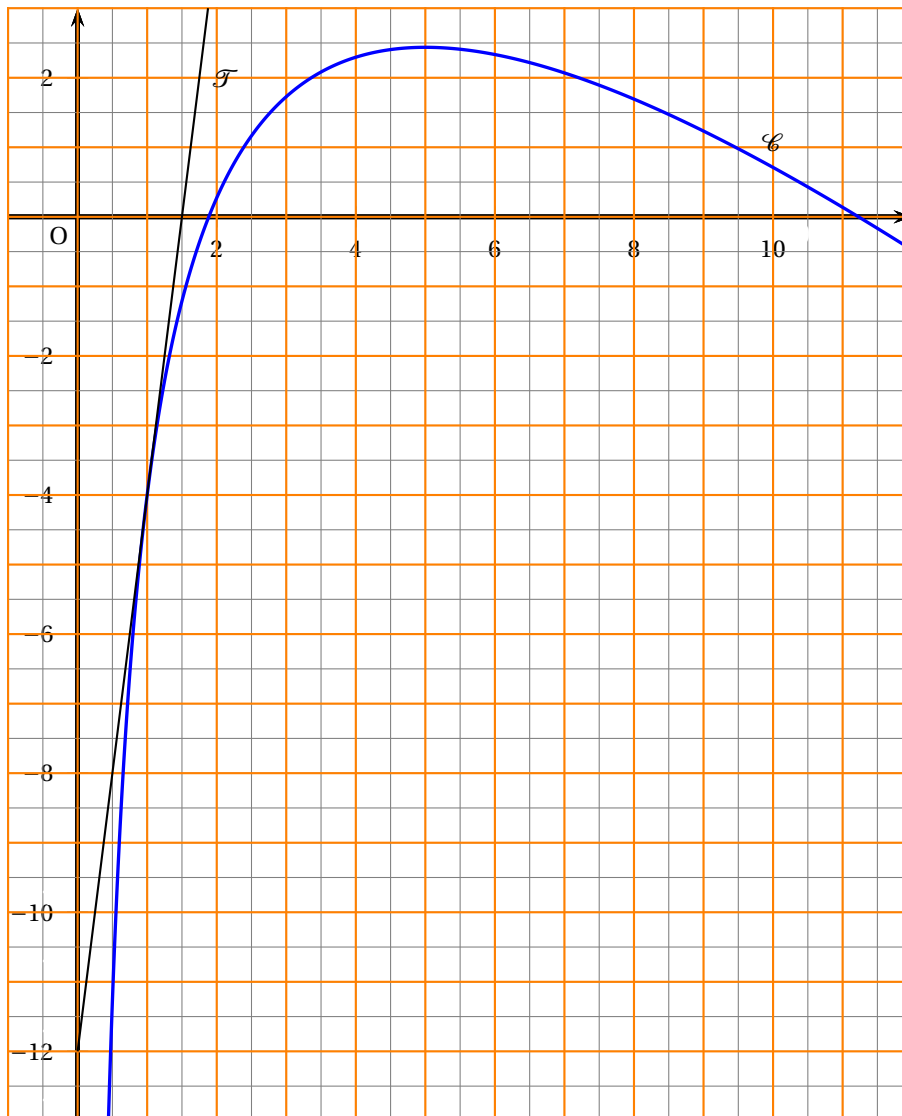
$$f(x) = 4 \ln x - \frac{5}{x} - x + 2.$$

1. a. Calculer la limite de  $f$  en 0. Interpréter graphiquement ce résultat.  
b. Mettre  $x$  en facteur dans l'expression de  $f(x)$  et en déduire la limite de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ .
2. On désigne par  $f'$  la dérivée de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
  - a. Calculer  $f'(x)$  sur  $]0; +\infty[$ .
  - b. Résoudre l'équation :  $4x + 5 - x^2 = 0$ .  
En déduire une factorisation de l'expression  $-x^2 + 4x + 5$ .
  - c. Montrer que :  $f'(x) = \frac{(5-x)(x+1)}{x^2}$ .
  - d. En déduire les variations de  $f$  et dresser son tableau de variations. Indiquer dans le tableau la valeur exacte de  $f(5)$  et les limites.
3. a. Reproduire le tableau suivant et le compléter en donnant les valeurs décimales de  $f(x)$  arrondies à  $10^{-2}$  près.

$x$	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2
$f(x)$							

- b.** En déduire un encadrement à  $0,1$  près de la plus petite des solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .

## Annexe



## Partie C

On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par

$$g(x) = x(\ln x - 1).$$

1. Montrer que  $g$  est une primitive de la fonction  $\ln$ . En déduire une primitive  $F$  de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
2. Déterminer une valeur approchée à l'unité près de l'aire  $\mathcal{A}$  de la partie du plan limitée par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des abscisses et les droites d'équation  $x = 3$  et  $x = 8$ .