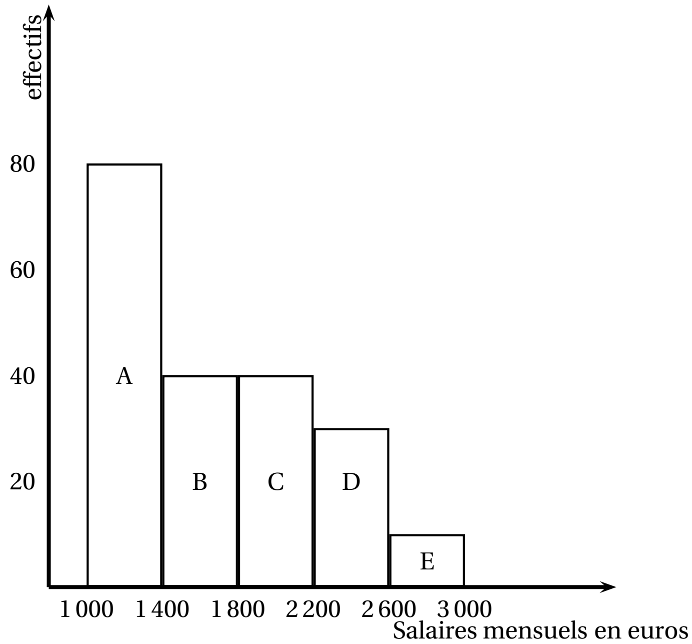
∽ Baccalauréat STT C.G-I.G. Métropole ∾ juin 2002

Exercice 1 **5 points**

Voici la répartition des salaires dans une entreprise. On dénombre cinq classes de salaires différentes.



Par exemple, les salariés appartenant à la classe A touchent un salaire mensuel compris entre 1 000 euros inclus et 1 400 euros exclu.

Dans cet exercice on donnera les probabilités sous forme de fraction puis sous forme décimale arrondie à deux chiffres après la virgule le cas échéant.

1. **a.** Recopier et compléter à l'aide du diagramme le tableau suivant :

Salaires mensuels en euros	[1 000 ; 1 400[	[1 400 ; 1 800[	[1 800 ; 2 200[	[2 200 ; 2 600[	[2 600 ; 3 000[
Effectifs					

b. Justifier que le nombre de salariés dans l'entreprise est 200.

2. On rencontre un salarié de l'entreprise au hasard. On considère les évènements suivants :

A : « le salarié appartient à la classe A ».

$\overline{\text{A}}$: « le salarié n'appartient pas à la classe A ».

B : « le salarié appartient à la classe B ».

a. Déterminer : $p(\text{A})$ et $p(\text{B})$.

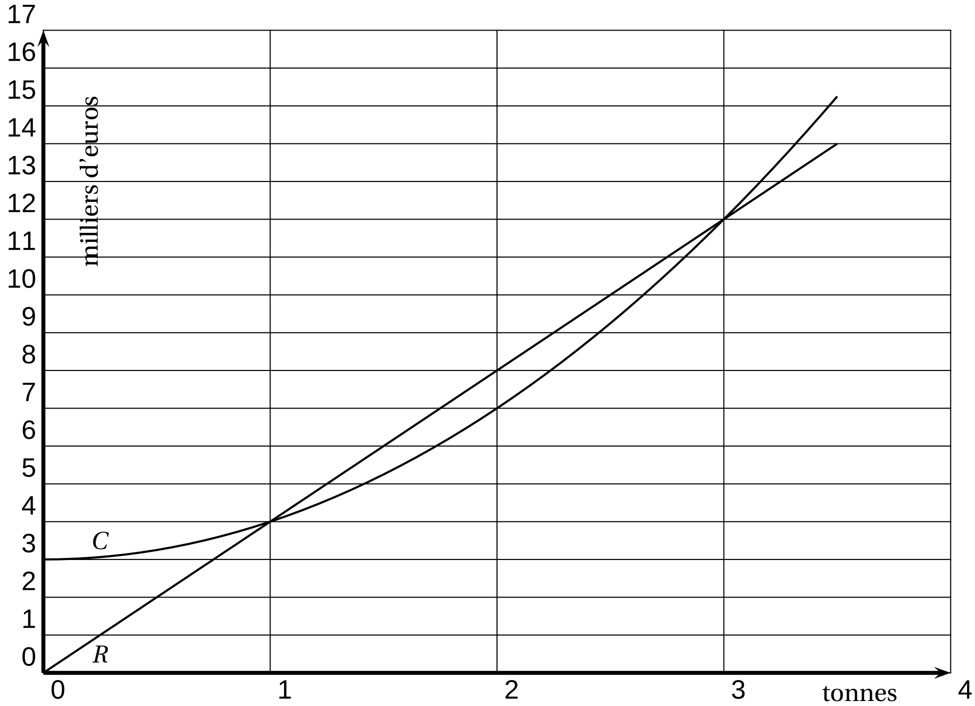
b. Définir chacun des évènements A $\cup$ B et $\overline{\text{A}}$ par une phrase portant sur le salaire mensuel.

c. Déterminer $p(\text{A} \cup \text{B})$ et $p\left(\overline{\text{A}}\right)$.

3. On sait que le salarié rencontré a un salaire, en euros, appartenant à [1 800 ; 2 600[. Déterminer la probabilité p_1 pour que ce salarié appartienne à la classe C.

Exercice 2 **5 points**

Une entreprise, qui fabrique et commercialise un produit, a une capacité de production limitée à 3,5 tonnes par jour.
Le coût total de production exprimé en milliers d'euros, pour fabriquer x tonnes de ce produit est noté $Q(x)$.
On note $R(x)$ la recette, exprimée en milliers d'euros, obtenue pour x tonnes de produit vendues.
On note $B(x)$ le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, obtenu pour x tonnes de produit vendues.
Sur le dessin ci-dessous, on a représenté graphiquement les fonctions C et R.



Partie A : étude graphique

Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique.

1. Déterminer le montant en euros des coûts lorsque la production est nulle.
2. Quelle est le montant en euros de la recette si l'entreprise produit et vend 0,5 tonne de produit. Réalise-t-elle un bénéfice dans ce cas ? (Justifier la réponse).
3. Pour quelles valeurs de x, le bénéfice est-il nul ?
4. Déterminer les quantités de produit pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.
5. Déterminer la quantité de produit qui assure à l'entreprise un bénéfice maximal. Quel est alors ce bénéfice ?

Partie B : étude de la fonction *B*

Dans cette partie, on sait que pour $x \in [0\ ;\ 3,5]$, $C(x) = x^2 + 3$ et $R(x) = 4x$.

1. Montrer que $B(x) = -x^2 + 4x - 3$.
2. Calculer $B'(x)$, puis étudier son signe sur [0 ; 3,5].
3. Dresser le tableau de variation complet de la fonction B sur [0 ; 3,5] et vérifier le résultat de la question **A 5**.

Problème **10 points**

Sur la feuille annexe, on donne la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2\ ;\ +\infty[$.

Partie A : étude de la représentation graphique d'une fonction f

En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes sans jusfifications.

1. Quelles sont les valeurs de $f(0)$ et de $f'(1)$.
2. Donner un encadrement par deux entiers consécutifs de la solution positive α de l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$ puis l'équation $f'(x) = 0$.
4. Quelle limite de f en $+\infty$ le graphique laisse-t-il prévoir ?

Partie B : étude de la fonction f et calcul d'une aire
La fonction f représentée sur la feuille annexe est la fonction définie sur $[-2\ ;\ +\infty[$ par

$$f(x) = \left(3 - x^2\right)\text{e}^x.$$

Ce graphique sera à compléter au fur et à mesure des questions.

1. Déterminer $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$ en justifiant avec soin.
2. **a.** Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \text{e}^x\left(-x^2 - 2x + 3\right)$.

   b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $[-2\ ;\ +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de f.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0. Indiquer les coordonnées du point d'intersection entre T et l'axe des abscisses. On note I ce point. Tracer T et placer le point I sur le graphique en annexe.
4. **a.** Hachurer la partie du plan limitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

   b. Vérifier que la fonction F définie sur $[-2\ ;\ +\infty[$ par

   $$F(x) = \left(-x^2 + 2x + 1\right)\text{e}^x.$$

   est une primitive de f.

   c. En déduire l'aire de la partie hachurée en unités d'aires (on donnera la valeur exacte puis une valeur approchée arrondie au dixième).

À RENDRE AVEC LA COPIE

ANNEXE

Courbe représentative de la fonction f.