Baccalauréat STT C.G. –I.G.
La Réunion juin 2002

Exercice 1 **6 points**

1. Dans un journal économique de juin 2001, un journaliste commente ainsi la baisse continue du nombre de reprises d'entreprises
   • en 1999, 43 300 sociétés ont été reprises ;
   • en 2000, ce chiffre a baissé de 3 %.
   Calculer le nombre des sociétés reprises en 2000. On donnera le résultat arrondi à la centaine la plus proche.
2. Le tableau ci-dessous représente le nombre de reprises d'entreprises en France (indice 100 pour l'année 1987).

Année	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang x_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Indice y_i du nombre de reprises	80	83	78	78	78	73	72	70

   a. Représenter par un nuage de points $M_i(x_i\ ;\ y_i)$ cette série.
   On prendra comme unités :
   • en abscisse : 1 cm pour une année en commençant au rang 0 :
   • en ordonnée : 1 cm pour dix points d'indice.

   b. Calculer les coordonnées du point moyen G_1, associé aux quatre premières années, puis celles du point moyen G_2 associé aux quatre dernières années.
   Placer G_1 et G_2 sur le dessin précédent. Tracer la droite $(G_1\ G_2)$.

   c. En utilisant les coordonnées des points G_1 et G_2, montrer qu'une équation de la droite $(G_1\ G_2)$ est :

$$y = -1\,625x + 83{,}812\,5.$$

3. On admet que la droite $(G_1\ G_2)$ réalise un ajustement affine convenable du nuage de points et que l'évolution du nombre de reprises d'entreprises ne sera pas modifiée dans les années à venir.

   a. Déterminer graphiquement l'indice des reprises d'entreprises prévues pour l'année 2003.

   b. Déterminer par le calcul en quelle année l'indice descendra pour la première fois en dessous de 50.

Exercice 2 **4 points**

Dans un magasin spécialisé, on trouve trois logiciels de géométrie que, pour simplifier, nous nommerons A, B et C.
Deux catégories d'acheteurs sont intéressées par l'acquisition de ces logiciels : les enseignants et les étudiants.
Au cours du premier trimestre de l'année, 360 logiciels ont été vendus. 80 % des logiciels ont été achetés par des étudiants.
Les enseignants ont une préférence pour le logiciel A ; ils en ont acheté 36. En revanche, ils n'ont acquis que 12 logiciels B. De plus les étudiants ont acheté 144 logiciels A et 96 logiciels C.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Logiciel de type / Acheteur	A	B	C	Total
Enseignant	36	12		
Étudiant	144		96	
Total				360

2. On interroge un acheteur au hasard. Les probabilités demandées seront données sous forme de **fraction irréductible**.

a. Quelle est la probabilité que l'acheteur soit un étudiant ?

b. Quelle est la probabilité que l'acheteur soit un enseignant ayant requis un logiciel de type A ?

c. Quelle est la probabilité que l'acheteur soit un étudiant ou qu'il ait acquis un logiciel de type A ?

3. On interroge un étudiant au hasard. Quelle est la probabilité que l'étudiant ait acheté un logiciel de type C ?

Problème **10 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x + 1.$$

1. a. Déterminer la dérivée g' de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^x - 1 \geqslant 0$.

2. Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$.
Préciser la valeur de $g(0)$ et en déduire le signe de g sur $\mathbb{R}$.

Note : On ne demande pas dans cette question de chercher les limites de la fonction g en $-\infty$ et en $+\infty$.

Partie B

On considère maintenant la fonction f définie sur $[-1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x}.$$

$\mathcal{C}$ est la courbe représentative de f dans le repère $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$. On rappelle que :

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty.$$

1. a. En remarquant que $\dfrac{x}{e^x} = \dfrac{1}{\dfrac{e^x}{x}}$, montrer que $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$.

b. En déduire $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2. Montrer que pour tout x appartenant à $[-1 ; +\infty[$ $\quad f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^x}$.

En utilisant les résultats de la question **2** de la partie **A**, préciser le signe de f' et les variations de la fonction f sur $[-1 ; +\infty[$.

Dresser le tableau de variations de f sur $[-1 ; +\infty[$.

3. Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution x_0, et une seule dans $]-1~;~0]$. Vérifier que $-0,5 < x_0 < -0,4$.
5. Tracer dans le repère $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ la droite T et la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[-1~;~4]$.