Baccalauréat STT 1998

L'intégrale d'avril à décembre 1998

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

~ Baccalauréat STT Métropole ~
A. C. C. – A. C. A. juin 1998

Durée : 2 heures

Exercice **8 points**

Pour différentes parcelles de blé ayant chacune une superficie de 10 000 m^2, le tableau suivant indique la recette y_i (en francs) selon la quantité d'engrais épandue x_i (en litres).

Quantité d'engrais x_i en litres	50	100	150	200	250	300	350	400
Recette y_i en francs	2 400	3 450	3 750	4 350	5 550	5 700	6 600	7 055

1. **a.** Construire le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ associé à la série statistique dans un repère $\left(\text{O}\ ;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$.
   Unités graphiques :
   2 cm pour représenter 100 litres en abscisse
   1 cm pour représenter 500 francs en ordonnée.

   b. On note G le point moyen de ce nuage.
   Déterminer les coordonnées de G et placer ce point sur le graphique.

   c. L'allure du nuage justifie-t-elle l'ajustement du nuage par une droite ?
2. Construire la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 13,2x + 1\,890$.
   On admet que la droite $\mathcal{D}$ est une droite d'ajustement du nuage de points.
3. **a.** À l'aide du graphique, donner une estimation en francs de la recette d'une parcelle de blé de 10 000 m^2 sur laquelle on a mis 450 litres d'engrais.

   b. Retrouver ce résultat par le calcul.

Problème **12 points**

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,30]$ par :

$$f(x) = -2x^3 + 60x^2 + 2\,000.$$

1. On note f' la dérivée de f. Calculer $f'(x)$ pour x appartenant à $[0\,;\,30]$.
2. Vérifier que $f'(x) = 6x(20 - x)$ pour x appartenant à $[0\,;\,30]$, puis étudier le signe de f'.
   Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,30]$.
3. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	2	5	10	15	20	25	30
$f(x)$								

4. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   en abscisses : 1 cm pour 2 unités
   en ordonnées : 1 cm pour 1 000 unités.
5. Tracer dans le même repère la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = 150x + 4\,500$.

6. Déterminer graphiquement les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathscr{C}$ et de la droite $\mathscr{D}$.

Partie B

Le club de théâtre du Lycée Louis XIV a loué une grande salle de spectacle et organise une représentation de « Ubu Roi » d'Alfred Jarry.
Le prix de location de la salle est 4 500 F.
Il espère avoir un maximum de spectateurs parmi la population des environs, aussi il décide de faire passer des messages publicitaires sur la radio locale.
Soit x le nombre de jours de publicité. Pour x compris entre 0 et 20, la recette prévue est donnée par $f(x)$ où f est la fonction définie dans la partie A.
Chaque jour de publicité est facturé 150 F.

1. On fait un calcul sur 20 jours de publicité.
   a. Quelle est la recette prévisible ?
   b. Calculer les frais engagés : publicité et location.
   c. Calculer le bénéfice dans le cas où la recette est conforme à la prévision.
2. Quel est le bénéfice si on prévoit 5 jours de publicité ?
3. Établir la formule donnant, en fonction du nombre x de jours de publicité, le montant total des frais engagés $C(x)$.
4. Combien de jours de publicité au minimum faut-il envisager pour que le bénéfice prévisible soit positif ou nul ?

∽ Baccalauréat STT Centres étrangers ∾
A. C. C. – A. C. A. juin 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **8 points**

Dans un grand magasin, il y a 120 pantalons à vendre dans les quatre tailles : S, M, L, ou XL et dans les trois coloris : vert, bleu ou rouge.
50 % des pantalons sont bleus et 20 % des pantalons sont dans la taille S. En taille S, il y a le même nombre de pantalons dans les trois coloris.
Il y a trois fois plus de pantalons dans la taille S que dans la taille XL.
En taille XL, il n'y a que des pantalons bleus.
D'autres informations figurent dans le tableau ci-dessous.

1. Recopier et compléter le tableau, après justification des quatre premiers résultats que vous obtenez.

taille / coloris	S	M	L	XL	Total
vert		10			
bleu			20		
rouge		12	15		
Total					120

2. Dans cette question, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
   a. Un pantalon étant pris au hasard, calculer la probabilité des évènements suivants :
   A : « le pantalon est vert »
   B : « le pantalon est en taille L »
   C : « le pantalon est vert, en taille L »
   D : « le pantalon est vert ou en taille L ».
   b. Un pantalon étant pris au hasard parmi ceux de coloris vert, quelle est la probabilité pour qu'il soit de taille L ?

Exercice 2 **12 points**

A - On considère la fonction P définie sur l'intervalle $[0 ; 50]$ par :

$$P(x) = 6\left(-x^2 + 30x + 1\,000\right).$$

1. **a.** Calculer $P'(x)$ où P' est la dérivée de la fonction P.
   b. Étudier le signe de $P'(x)$ et en déduire le tableau de variations de la fonction P.
2. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	0	5	15	20	30	40	50
$P(x)$					6 000	3 600	

3. Tracer la courbe représentative C de la fonction P dans un repère $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
   On prendra 1,5 cm pour 5 unités sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 500 unités sur l'axe des ordonnées.

B - Un producteur de pommes de terre peut récolter à ce jour 1 200 kg et les vendre 5 F le kg. S'il attend, sa récolte augmentera de 60 kg par jour mais le prix baissera de 0,10 F par kg et par jour.

1. Quelle somme, en francs, touchera-t-il :

  a. s'il vend sa récolte tout de suite ?

  b. s'il attend un mois (30 jours) ?

2. On suppose que ce producteur attend n jours ($0 \leqslant n \leqslant 50$).

  a. Calculez en fonction de n, le nombre de kg de pommes de terre qu'il a à vendre et le prix de vente d'un kg.

  b. Montrer que le prix de vente total, appelé profit, au bout de n jours, est

$$P(n) = 6\left(-n^2 + 30n + 1\,000\right).$$

3. En utilisant les résultats de la partie A de l'exercice, déterminer graphiquement au bout de combien de jours le producteur pourra vendre sa récolte :

  a. pour avoir un profit maximum que l'on indiquera.

  b. pour avoir un profit égal à 6 750 F.

∽ Baccalauréat STT Polynésie ∽
A. C. C. – A. C. A. juin 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **8 points**

Le tableau suivant (établi par l'INSEE, enquête emploi, en mars 1995) nous donne la répartition par sexe et par catégorie socioprofessionnelle de la population active occupant un emploi.

	Hommes (en milliers)	Femmes (en milliers)	Total (en milliers)
Agriculteurs exploitants	506	296	802
Artisans, commerçants, chefs d'entreprise	1 109	558	1 667
Cadres, professions intellectuelles supérieures	1 928	947	2 875
Professions intermédiaires	2 578	2 075	4 653
Employés	1 508	4 772	6 280
Ouvriers	4 700	1 145	5 845
Total	12 329	9 793	22 122

1. Recopier et compléter, en précisant les calculs nécessaires, le texte suivant :
Les résultats seront arrondis à l'unité.

a. Il y a ... % de femmes dans l'ensemble de la population active occupant un emploi.

b. ... % des employés sont des femmes.

c. ... % des employés sont des hommes.

d. ... % de l'ensemble de la population active occupant un emploi sont des employés.

e. ... % de l'ensemble des femmes actives occupant un emploi sont des employées

f. En 1995, un ouvrier sur ... était une femme.

2. On choisit au hasard une personne parmi la population totale recensée dans le tableau précédent et on suppose que toutes ces personnes ont la même probabilité d'être choisies.

— Soit F l'évènement « la personne choisie est une femme ».

— Soit A l'évènement « la personne choisie est un agriculteur exploitant ».

a. Traduire par une phrase l'évènement $A \cap F$.

b. Traduire par une phrase l'évènement $A \cup F$.

c. Calculer les probabilités $p(A)$, $p(F)$, $p(A \cap F)$ puis $p(A \cup F)$.
Les résultats seront donnés au centième près.

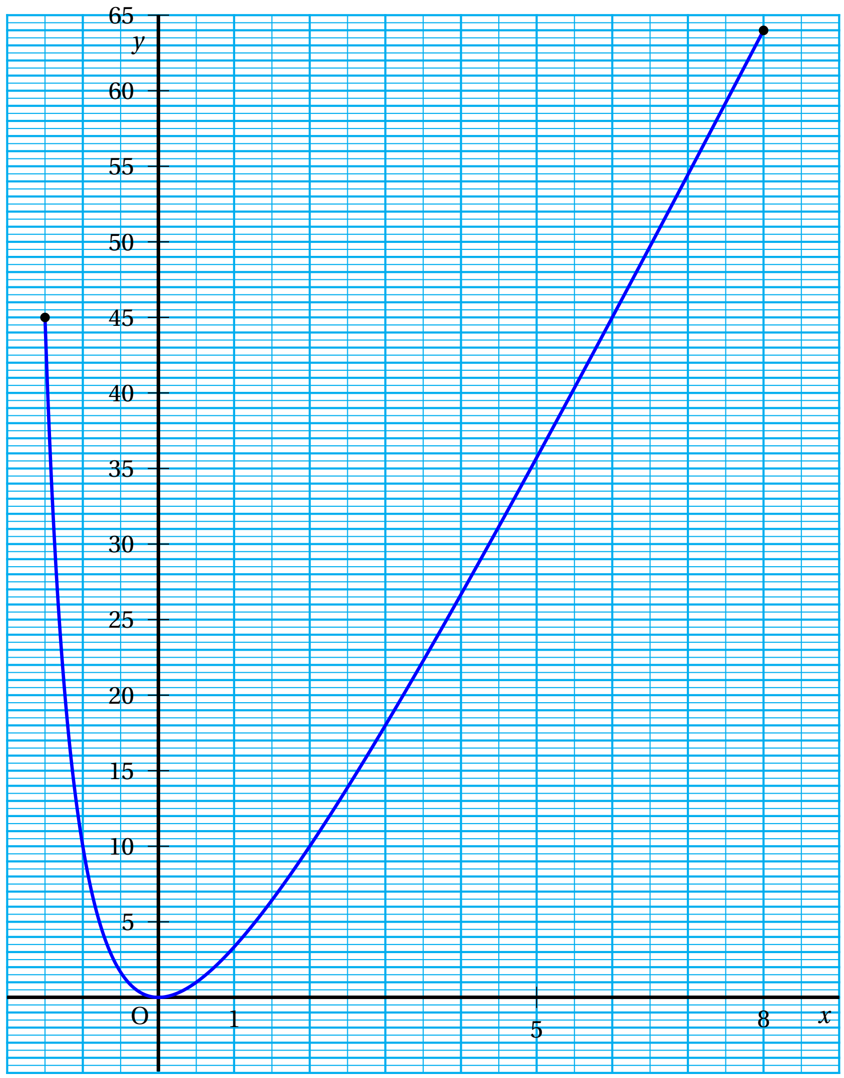
Exercice 2 **12 points**

A. Lecture graphique

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f dérivable sur l'intervalle $[-1,5\,;\,8]$.

1. Donner le tableau de variation de f sur l'intervalle [- 1,5; 8]; on précisera dans ce tableau le signe de la dérivée et les images de -1,5 et 8. Il,5 pt 1

2. Résoudre graphiquement sur l'intervalle [- 1 ,5 ; 8]
   a. $f(x) = 10$
   b. $f(x) = 54$



B. Étude de f

La fonction f précédente est définie par

$$f(x) = \frac{10x^2}{x+2}.$$

On se propose d'étudier f sur l'intervalle $[-1,5\ ;\ 1000]$.

1. On appelle f' la fonction dérivée de f. Montrer que $f'(x) = \dfrac{10x(x+4)}{(x+2)^2}$.
2. Étudier le signe de $x(x+4)$ sur l'intervalle $[-1,5\ ;\ 1000]$. En déduire celui de $f'(x)$.
3. Donner le tableau de variations de f sur l'intervalle $[-1,5\ ;\ 1000]$.

C. Application

Une entreprise fabrique et vend des objets.

Le bénéfice réalisé par cette entreprise est égal à $f(x)$, où f est la fonction étudiée dans la partie B et x le nombre d'objets vendus.

1. Justifier, pour x compris entre 0 et 1 000, que le bénéfice est positif.

2. L'entreprise décide de placer à intérêts composés, au taux de 6 % l'an, le bénéfice correspondant à la vente de 1 000 objets.
On désigne par C_0 ce bénéfice exprimé en francs arrondi à l'unité et par C_n la valeur acquise au bout de n années.

- **a.** Justifier que $C_0 = 9980$.
- **b.** Calculer C_1 et C_2.
- **c.** Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n.
Préciser la nature de cette suite.
- **d.** Déterminer en arrondissant à l'unité la valeur acquise obtenue au bout de 10 ans.

∽ Baccalauréat STT Métropole ∾
A. C. C. – A. C. A. septembre 1998

Durée : 2 heures

Exercice **8 points**

Une loterie comporte 300 billets qui ont tous été vendus. Chaque billet porte 3 cases à gratter :

- 200 billets font apparaître après grattage la mention PERDU ;
- les 100 autres billets sont numérotés de 001 à 100, avec un chiffre par case.

Le numéro 013 gagne un vélo à 990 F ; le numéro 007 gagne un baladeur à 290 F ; les numéros terminés par le chiffre 0 gagnent 100 F ; ceux terminés par le chiffre 5 gagnent 50 F.

L'imprimeur facture 250 F la série de 100 billets numérotés et 1 F par billet marqué PERDU.

1. Donner le nombre de billets se terminant par le chiffre 0, le nombre de billets se terminant par le chiffre 5.
2. Quelle est la valeur totale des lots mis en jeu ? En déduire la dépense totale pour l'organisateur de la loterie.
3. Le prix d'un billet est fixé à 25 F. Tous les lots ont été réclamés. Quel est le bénéfice de la loterie ?
4. Pierre a acheté un billet pris au hasard parmi les 300 billets.
   a. Quelle est la probabilité qu'il gagne un lot de valeur supérieure ou égale à 100 F ?
   b. Il gratte la case centrale : le chiffre 0 apparaît. Il déclare alors : « J'ai maintenant 2 chances sur 10 de gagner quelque chose ».
   Est-ce vrai ou faux ? Justifier cette réponse en utilisant la liste possible de tous les billets avec le chiffre 0 dans la case centrale.

Problème **12 points**

Le but de ce problème est d'étudier le bénéfice réalisé chaque jour par un artisan en fonction de la production.

Soit $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ un repère orthogonal du plan. On choisira sur l'axe des abscisses 1 cm pour 1 unité, en commençant la graduation à 10. Sur l'axe des ordonnées 1 cm représente 100 francs.

Partie A

Soit B la fonction définie sur l'intervalle $[10 ; 25]$ par

$$B(x) = -x^3 + 30x^2 - 153x.$$

1. Déterminer la fonction dérivée B' de la fonction B.
   Vérifier que
   $$B'(x) = 3(x-3)(17-x).$$
2. Étudier le signe de la fonction B' sur l'intervalle $[10 ; 25]$. En déduire le tableau de variations de la fonction B sur l'intervalle $[10 ; 25]$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant :

x	10	15	20	23	25
$B(x)$					

   Placer dans le repère $\left(O ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ les points correspondant à ce tableau puis tracer la courbe représentative de la fonction B.

Partie B

Un artisan a observé que pour un produit donné, le coût total C, en francs, de sa production varie en fonction de la quantité x de pièces produites chaque jour, de la façon suivante :

$$C(x) = x^3 - 30x^2 + 400x.$$

x est un entier compris entre 10 et 25.

L'artisan vend les pièces fabriquées au prix unitaire de 247 francs.

1. Quel est le prix de vente de x pièces ?
2. Montrer que le bénéfice réalisé pour x pièces fabriquées et vendues est $B(x)$, où B est la fonction étudiée dans la partie A.
3. Pour combien de pièces fabriquées et vendues l'artisan réalise-t-il un bénéfice maximal ?
4. Quel est ce bénéfice maximum ?
   Quel est le bénéfice réalisé alors sur une pièce vendue ?
5. Par lecture graphique, déterminer le nombre de pièces que doit vendre l'artisan s'il veut gagner au moins 1 000 F.

Baccalauréat STT Pondichéry
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion avril 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Deux services (A et B) d'une clinique se partagent l'usage de deux appareils médicaux : un scanner et une radio.
Une étude a montré que les patients du service A passent en moyenne 30 minutes au scanner et 20 minutes à la radio. Quant aux patients du service B, ils passent en moyenne 15 minutes au scanner et 20 minutes à la radio.
Le service du scanner fonctionne 9 heures par jour et celui de la radio 10 heures par jour.
Ces appareils étant coûteux, on cherche à déterminer le nombre x de patients du service A et le nombre y de patients du service B pour les utiliser au mieux chaque jour.

1. Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes.
2. À tout couple $(x\,;\,y)$ on associe un point M de coordonnées $(x\,;\,y)$ dans un repère orthonormal $\left(\text{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ (unité : 0,5 cm).
   a. Montrer que le système obtenu au 1. est équivalent à (C) $\left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ 2x+y & \leqslant & 36\\ x+y & \leqslant & 30\end{array}\right.$
   b. Déterminer graphiquement l'ensemble des points $M(x\,;\,y)$ dont les coordonnées vérifient les contraintes. (On hachurera la zone ne convenant pas.)
3. Pour la gestion des deux appareils, 30 F sont prélevés sur les frais médicaux des patients du service A et 20 F pour les patients du service B.
   a. Exprimer la somme S ainsi obtenue quotidiennement en fonction de x et de y.
   On obtient ainsi l'équation d'une droite Δ_S.
   Tracer sur le même graphique la droite Δ_{600}.
   b. Expliquer comment, grâce au graphique, on peut trouver le couple $\left(x_0\,;\,y_0\right)$ pour lequel la somme S est maximale.
   D'après cette étude graphique, trouver ce couple et calculer la somme maximale.

Exercice 2 **5 points**

Suite à une visite médicale dans 10 entreprises de service informatique, on a constaté qu'une certaine proportion du personnel travaillant devant un écran d'ordinateur souffrait régulièrement de maux de tête ou de troubles de la vision.
Ces résultats sont reproduits, par entreprise, dans le tableau ci-dessous :

Entreprise	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4	n° 5	n° 6	n° 7	n° 8	n° 9	n° 10
Horaire quotidien devant un écran d'ordinateur x_i	5 h 30	5 h 30	6h	6 h 30	6 h 30	6 h 30	6 h 45	7 h 15	7 h 15	7 h 15
Pourcentage du personnel atteint y_i	30	40	45	40	45	50	55	55	60	55

1. Construire dans un repère orthogonal le nuage de points associé à ce tableau statistique.
   On prendra les unités suivantes :
   en abscisse : 1 cm pour 1/2 heure. (Par exemple : 7 h 15 correspond à 7,25)
   en ordonnée : 1 cm pour 10 %.

2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage et le placer sur le graphique.
3. On considère les points A(8 ; 70) et B(8 ; 55). Construire les droites (GA) et (GB) sur le graphique précédent.
   a. On se propose de faire un ajustement du nuage par l'une de ces deux droites.
   Quelle droite vous semble la plus appropriée ? Expliquer votre choix.
   b. Déterminer une équation de la droite choisie.
4. En utilisant l'ajustement trouvé, estimer le pourcentage de personnes atteintes de maux de têtes pour une utilisation journalière de 7 h.

Problème **10 points**

On considère la fonction f définie sur $[-4, +\infty[$ par

$$f(x) = \left(3 - x^2\right) \mathrm{e}^x.$$

On note C la courbe représentative de f dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\, \vec{\imath},\, \vec{\jmath}\right)$.
(On prendra le centimètre comme unité graphique).
Toute valeur approchée sera donnée à 0,1 près.

Étude de f

1. Calculer la limite de $f(x)$ quand x tend vers $+\infty$.
2. **a.** Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x) = (1 - x)(x + 3)\mathrm{e}^x$.
   Étudier le signe de $f'(x)$.
   b. En déduire le tableau de variations de f

Étude de points particuliers

3. **a.** Calculer $f(0)$ et $f'(0)$.
   En déduire une équation de la tangente à C au point d'abscisse 0.
   b. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
4. En utilisant les résultats du 2. b. et du 3. tracer C.

Calcul intégral

5. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \left(1 + 2x - x^2\right) \mathrm{e}^x$.
   a. Calculer la dérivée F' de F.
   b. En déduire la valeur de $\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$.
   On donnera la valeur exacte et une valeur approchée à 0,1 près.
   c. Interpréter graphiquement ce résultat.

∽ Baccalauréat STT Antilles-Guyane ∾
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion juin 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Un commercial de la société LOGICAL, société spécialisée dans la micro-informatique pour les PMI, fait le bilan mensuel du montant de ses ventes pour l'année 1997 mais il a égaré sa fiche du mois de décembre 1997.
Il classe ses données dans le tableau suivant, le montant des ventes étant donné en milliers de francs (kF).

Rang du mois	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Montant des ventes (kF)	60	65	72	73	81	84	91	95	96	100	110	?

1. **a.** Représenter les 11 premiers points du nuage associé à cette série statistique dans un repère orthogonal en suivant les consignes suivantes :
   1 cm représente 1 mois sur l'axe des abscisses gradué de 0 à 20.
   1 cm représente 10 kF sur l'axe des ordonnées gradué de 0 à 160.

   b. Un ajustement linéaire vous semble-t-il indiqué ? Justifier votre réponse.

2. On veut déterminer le 12$^{\text{e}}$ point du nuage.

   a. L'employeur certifie au commercial que le montant moyen des ventes mensuelles pour l'année 1997 a été de 86 kF.
   Calculer l'abscisse du point moyen G du nuage et placer le point G sur le graphique.

   b. Retrouver le montant des ventes du mois de décembre.
   Placer le point d'abscisse 12 du nuage sur le graphique.

3. On prend comme droite d'ajustement affine la droite Δ qui passe par le point G et a pour pente $4,4$.
   Déterminer une équation de Δ et tracer Δ sur le graphique.

4. On fait l'hypothèse que la tendance s'est poursuivie en 1998, donc que les calculs peuvent être faits à partir de la droite Δ.

   a. Donner par le calcul une approximation du montant des ventes pour le mois de juin 1998.

   b. Une prime spéciale est attribuée à partir de 145 kF de ventes dans le mois.
   Déterminer par le calcul à partir de quel mois le commercial peut espérer être gratifié de cette prime.
   (Il est conseillé de contrôler les résultats sur le graphique.)

Exercice 2 **5 points**

Une loterie comporte 300 billets qui ont tous été vendus. Chaque billet porte 3 cases à gratter :
- 200 billets font apparaître après grattage la mention PERDU ;
- les 100 autres billets sont numérotés de 001 à 100, avec un chiffre par case.

Le numéro 013 gagne un vélo à 990 F ; le numéro 007 gagne un baladeur à 290 F ; les numéros terminés par le chiffre 0 gagnent 100 F ; ceux terminés par le chiffre 5 gagnent 50 F.

L'imprimeur facture 250 F la série de 100 billets numérotés et 1 F par billet marqué PERDU.

1. Donner le nombre de billets se terminant par le chiffre 0, le nombre de billets se terminant par le chiffre 5.

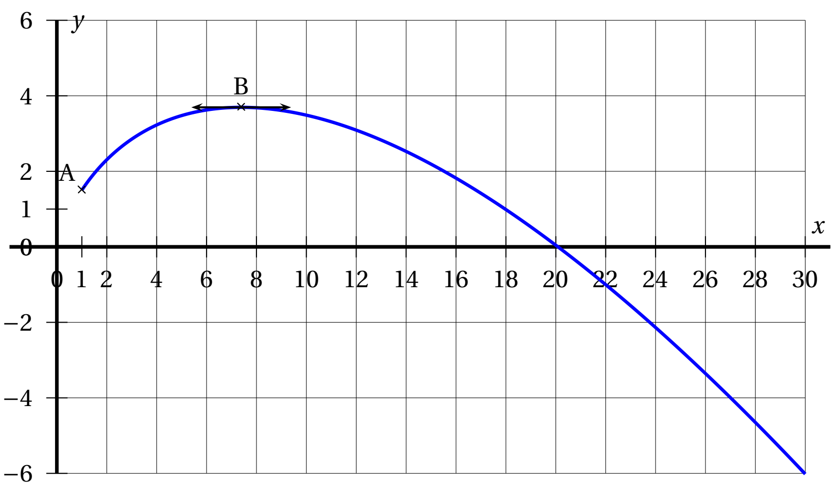
2. Quelle est la valeur totale des lots mis en jeu? En déduire la dépense totale pour l'organisateur de la loterie.
3. Le prix d'un billet est fixé à 25 F. Tous les lots ont été réclamés. Quel est le bénéfice de la loterie?
4. Pierre a acheté un billet pris au hasard parmi les 300 billets.
   - **a.** Quelle est la probabilité qu'il gagne un lot de valeur supérieure ou égale à 100 F?
   - **b.** Il gratte la case centrale : le chiffre 0 apparaît. Il déclare alors : « J'ai maintenant 2 chances sur 10 de gagner quelque chose ».

     Est-ce vrai ou faux? Justifier cette réponse en utilisant la liste possible de tous les billets avec le chiffre 0 dans la case centrale.

Problème **10 points**

Partie A - Étude d'une fonction

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction définie sur l'intervalle $[1\,;\,30]$. Elle est représentée ci-dessous.



De plus on sait que :

(P1) « La courbe $\mathscr{C}$ passe par le point $A\left(1\,;\,\dfrac{3}{2}\right)$ ».

(P2) « La tangente à $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse e^2 est parallèle à l'axe des abscisses. »

On note la fonction f définie sur $[1\,;\,30]$ par

$$f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x\ln x$$

et $f'(x)$ sa dérivée.

1. Montrer que la représentation graphique de f, vérifie la propriété (P1).
2. Calculer $f'(x)$.

   Calculer $f'\left(e^2\right)$ et montrer que la représentation graphique de f vérifie la propriété (P2).
3. Résoudre $1 - \dfrac{1}{2}\ln x > 0$, en déduire le signe de $f'(x)$. Dresser le tableau de variations de f.
4. Reproduire et compléter à l'aide d'une calculatrice le tableau de valeurs suivant, en donnant pour $f(x)$ une valeur décimale approchée à 10^{-3} près :

x	1	2	e	7	e^2	8	10	20	e^3	21	25	30
$f(x)$												

Partie B - Application à l'économie

On admet que $\mathscr{C}$ est la représentation graphique de f.
Dans une entreprise, une étude a permis de calculer le bénéfice par objet $B(x)$ dégagé par la production et la vente de x objets (x compris entre 1 et 30). Ce bénéfice s'exprime en milliers de francs par

$$B(x) = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x\ln x.$$

Utiliser la partie A pour répondre aux questions suivantes.

1. Quel est le bénéfice par objet, lorsque l'entreprise produit 10 objets ; donner la réponse à 1 franc près.
   Quel est alors le bénéfice total ?
2. La direction de l'entreprise, pour des raisons de rentabilité, décide de maximiser le bénéfice par objet. Utiliser la partie A pour justifier la décision de l'entreprise de fabriquer 7 objets.

∽ Baccalauréat STT Centres étrangers ∾
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion juin 1998

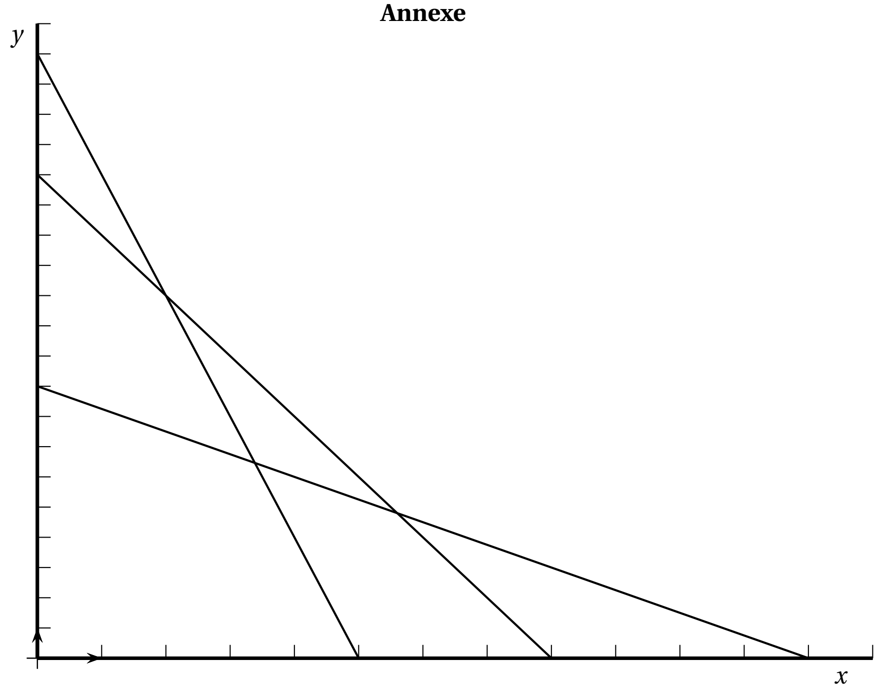
Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Une collectivité veut acheter trois sortes de biscuits : des croquants, des navettes et des madeleines.
Ces biscuits sont vendus en deux conditionnements différents : des boîtes carrées et des boîtes rondes.
Une boîte carrée contient 12 kg de croquants, 4 kg de navettes et 3 kg de madeleines.
Une boîte ronde contient 3 kg de croquants, 2 kg de navettes et 4 kg de madeleines.
Cette collectivité veut au moins 60 kg de croquants, au moins 32 kg de navettes et au moins 36 kg de madeleines.
Soit x le nombre de boîtes carrées et y le nombre de boîtes rondes achetées.

1. Déterminer un système d'inéquations portant sur x et y traduisant les contraintes du problème.
   Montrer que le système trouvé est équivalent à :
   $$(S)\quad \left\{\begin{array}{lcl} x & \geqslant & 0\\ y & \geqslant & 0\\ 4x+y & \geqslant & 20\\ 2x+y & \geqslant & 16\\ 3x+4y & \geqslant & 36\end{array}\right.$$
   Hachurer l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées $(x\ ;\ y)$ ne vérifient pas le système (S), sur la figure donnée en Annexe.
2. **a.** Exprimer la dépense occasionnée par l'achat de x boîtes carrées et y boîtes rondes.
   b. Dessiner sur le graphique donné la droite $\mathcal{D}$ correspondant à une dépense de 4 000 F.
3. À l'aide du graphique, déterminer les nombres x et y pour lesquels la dépense est minimale. Calculer cette dépense.

Annexe



Exercice 2 **5 points**

Le tableau suivant représente l'évolution du chiffre d'affaires d'une entreprise pendant dix années, entre 1987 et 1996.

Année	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
chiffre d'affaires y_i (en MF = 10^6 F)	110	130	154	180	191	210	240	245	270	295

1. Représenter, par le nuage de points $M_i\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ cette série. En abscisse, on prendra 2 cm pour une année. En ordonnée, on prendra 1 cm pour 20 MF.
2. Quel est, en pourcentage, l'augmentation du chiffre d'affaires entre les années 1987 et 1996 (on arrondira à 1 % près par excès).
3. Soit G le point moyen du nuage. Calculer les coordonnées du point G.
4. La répartition des points du nuage montre qu'il est judicieux de procéder à un ajustement affine. On prend la droite Δ d'équation $y = 20x + 112,5$ comme droite d'ajustement affine du nuage.

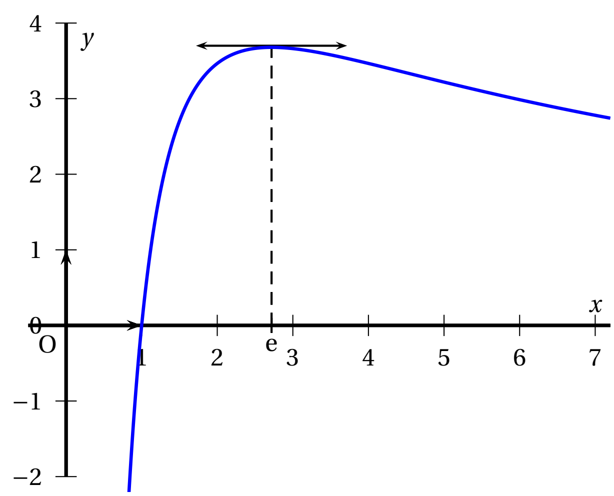
   Vérifier que G appartient à la droite Δ et tracer cette droite sur le graphique.
5. En admettant que l'évolution continue au même rythme et en utilisant l'ajustement affine, quel chiffre d'affaires peut-on attendre pour l'année 1999 ?

Problème **10 points**

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A

La figure ci-dessous représente la courbe $(\mathscr{C})$ d'une fonction f définie sur $]0\,;\,7]$. On note f' la dérivée de f.



1. Dresser le tableau de variations de f sur $]0\,;\,7]$. En déduire le signe de $f'(x)$, en fonction de x.
2. Sachant que l'un des graphiques représentés ci-après (numérotés de 1 à 4) représente la courbe de la fonction f', déterminer lequel en justifiant la réponse.

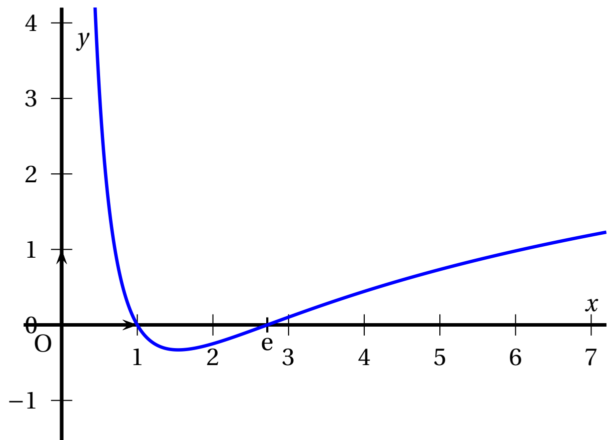


Figure 1

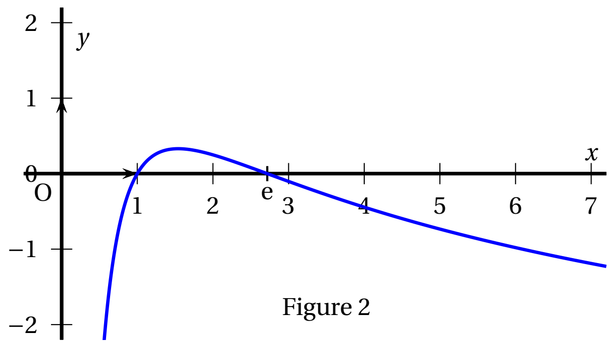


Figure 2

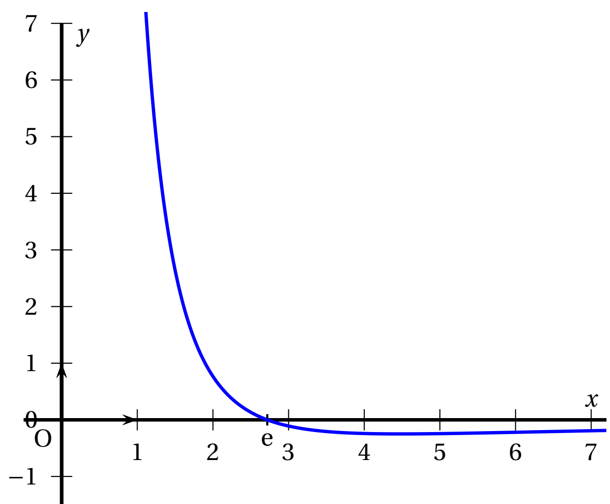


Figure 3

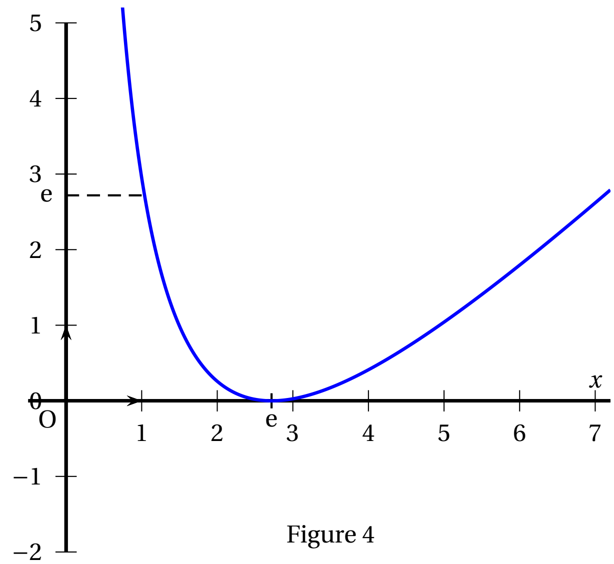


Figure 4

Partie A

On admet que la fonction f est définie par :

$$f(x) = 10\frac{\ln x}{x}$$

pour x appartenant à l'intervalle $]0\,;\,7]$. On considère par ailleurs la fonction F définie sur le même intervalle par $F(x) = 5(\ln x)^2$.

1. Déterminer la limite en 0 de f.
2. Montrer que F est une primitive de f.
3. Calculer $I = \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$.
   Interpréter géométriquement ce résultat.
4. Calculer $f'(x)$.
   Résoudre l'équation $f'(x) = 0$, puis retrouver les résultats de la question A 1. concernant le signe de $f'(x)$.

Baccalauréat STT Métropole
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion juin 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Soit P la fonction polynôme, définie sur $\mathbb{R}$ par

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6.$$

1. Montrer que : $P(x) = (2x+1)\left(x^2 + x - 6\right)$.
   Résoudre l'équation $P(x) = 0$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :
   a. $2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 11(\ln x) - 6 = 0$.
   b. $2\text{e}^{2x} + \text{e}^{x} - 11 - 6\text{e}^{-x} = 0$.

Exercice 2 **5 points**

Le tableau suivant montre l'évolution annuelle du prix, en francs, du m^2 habitable, dans une grande ville française.

Année	1988	1989	1990	1991	1992	19932	1994	1995	1996	1997
Prix	11 700	11 000	11 000	10 500	10 200	10 000	9 500	9 200	9 000	8 800

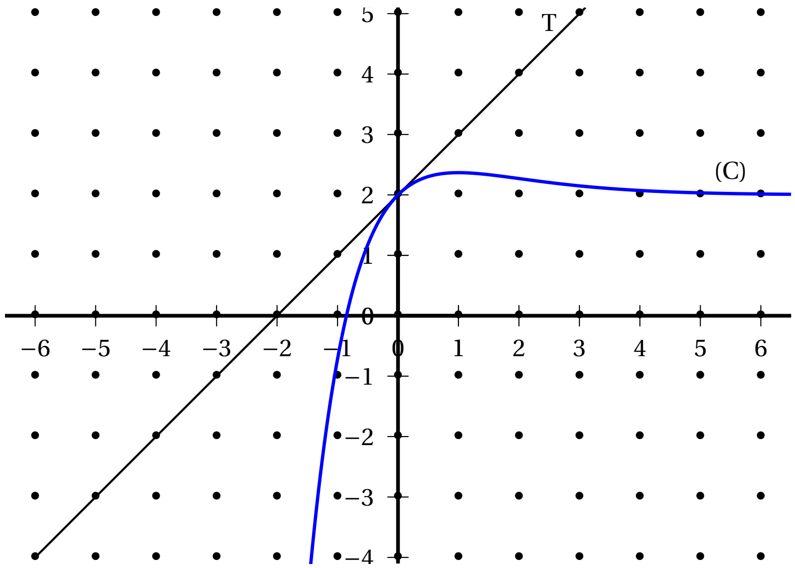
1. Construire, dans un repère orthogonal, le nuage de points associé à ce tableau statistique.
   On prendra comme unités :
   En abscisse : 1 cm pour une année en commençant à 1988. En ordonnée : 1 cm pour 500 F, en commençant à 6 500 F.
2. **a.** Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et placer G sur le graphique.
   b. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux années allant de 1988 à 1992, puis celles du point moyen G_2, associé aux années allant de 1993 à 1997.
   c. Placer G_1 et G_2 dans le graphique précédent puis déterminer une équation de la droite (G_1G_2).
3. On admet que la droite (G_1G_2) réalise un ajustement convenable du nuage et que l'évolution du prix du m^2 habitable reste la même les années suivantes.
   Déterminer alors le prix du m^2 en l'an 2000.

Problème **10 points**

Le plan est muni d'un repère orthonormal. (Unité graphique : 1 cm)
La courbe (C) représentée ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = a + bx\text{e}^{-x}$$

où a et b sont deux réels.
La droite (T) est la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 0.



La partie A est, dans une large mesure, indépendante de la partie B

A - Expression de f

1. Calculer l'expression de $f'(x)$ en fonction de a et b.
2. Lire sur le graphique $f(0)$ et $f'(0)$.
3. Déduire de 1. et 2. la valeur de a et celle de b.

Dans la suite du problème on prend $f(x) = 2 + x\text{e}^{-x}$.

B - Variation de f

1. Montrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \text{e}^{-x}(1 - x)$.
   Étudier le signe de $f'(x)$. En déduire les variations de f.
2. Déterminer, en justifiant vos calculs, la limite de f en $-\infty$.
3. Déterminer, en justifiant vos calculs, la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.
   (On rappelle que $\lim\limits_{x \to +\infty} \text{e}^x = +\infty$).
4. Donner le tableau de variation de f.

C - Calcul d'une aire

1. Démontrer que la fonction G définie sur $\mathbb{R}$ par :
   $$G(x) = -(x+1)\text{e}^{-x}$$
   est une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x\text{e}^{-x}$.
   En déduire une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'aire de la portion de plan comprise entre la courbe (C), l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.
   On donnera d'abord la valeur exacte de cette aire puis une valeur arrondie à deux décimales.

Baccalauréat STT Polynésie

Comptabilité et gestion – Informatique et gestion juin 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

CAC 40 : le profil de ses 385 administrateurs (Le Revenu français, 17 octobre 1997)
Une étude a montré que, sur les 385 administrateurs des sociétés du CAC 40, 19 % sont étrangers.
Les auteurs de cette étude ont choisi de s'intéresser aux « pluri-administrateurs ». les dirigeants qui remplissent au moins deux mandats.
Sur les 76 ayant plus d'un mandat, 4 sont étrangers.

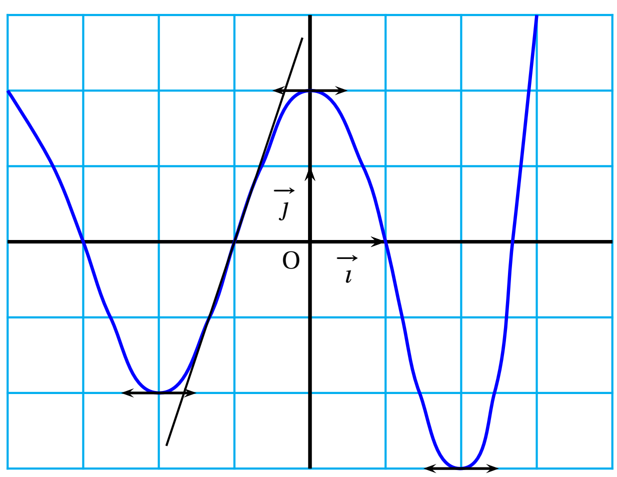
1. En utilisant les données ci-dessus, recopier et compléter le tableau suivant (on arrondira à l'entier le plus proche) :

	administrateurs français	administrateurs étrangers	total
1 mandat			
2 mandats ou plus		4	76
total			385

2. À l'aide du tableau, donner le pourcentage de français n'ayant qu'un seul mandat.
3. Sachant que 45 % des administrateurs français qui cumulent au moins deux mandats sont issus des grands corps d'état (polytechnique, les mines etc.), donner leur nombre.
4. On choisit au hasard un administrateur d'une société composant le CAC 40, quelle est la probabilité qu'il soit étranger et avec un seul mandat ?

Exercice 2 **5 points**

On considère une fonction f définie sur $[-4 ; 3]$, on note f' sa dérivée ; à l'aide de la représentation graphique ci-dessous dans un repère orthonormal (unité graphique 2 cm), répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le dessin.



1. Déterminer le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x, justifier brièvement votre réponse.
2. Donner le tableau de variation de f, en déduire les solutions de l'inéquation $f'(x) > 0$.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 2$, puis l'inéquation $f(x) > 2$.

4. Donner une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -1, sachant qu'elle passe par le point $(0\,;\,3)$.
En déduire $f'(-1)$.

Problème **10 points**

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \frac{2\mathrm{e}^x - 2}{\mathrm{e}^x + 2}$$

et $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité graphique 2 cm).

1. Calculer la limite de f en $-\infty$. Que peut-on en déduire pour la courbe $(\mathscr{C})$?

2. Montrer que $f(x) = 2 - \dfrac{6}{\mathrm{e}^x + 2}$. Calculer la limite de f en $+\infty$. Interpréter graphiquement ce résultat.

3. Montrer que $f'(x) = 2 - \dfrac{6}{(\mathrm{e}^x + 2)^2}$.
En déduire son signe.
Établir le tableau de variations de f.

4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

5. Tracer $(\mathscr{C})$ et ses asymptotes.

6. **a.** Calculer la dérivée g' de la fonction g définie par $g(x) = \ln\left(\mathrm{e}^x + 2\right)$.
b. Montrer que $f(x) = 3g'(x) - 1$ et en déduire une primitive F de f sur $\mathbb{R}$.
c. Calculer en cm^2 la valeur exacte de l'aire $(\mathscr{A})$ de la partie du plan limitée par les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$, l'axe des abscisses et $(\mathscr{C})$.
En donner une valeur approchée à 10^{-3} près.

Baccalauréat STT Nouvelle-Calédonie
Comptabilité et gestion – Informatique et gestion décembre 1998

Durée : 3 heures

Exercice 1 **5 points**

Le tableau ci-dessous donne les montants (en millions de francs) de toutes les cotisations perçues par une mutuelle de 1989 à 1996.

Année	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
Cotisation en millions de francs y_i	4 100	4 450	4 650	4 900	5 250	5 450	5 900	6 300

1. Construire le nuage de points associé à la série statistique $\left(x_i\ ;\ y_i\right)$ dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   sur l'axe des abscisses : 2 cm
   sur l'axe des ordonnées : 1 cm pour 200 millions de francs,
   en graduant à partir de 4 000 millions de francs.
   a. Calculer les coordonnées du point moyen G_1 associé aux quatre premières années du tableau, puis celles du point moyen G_2 associé aux quatre dernières années.
   b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement $(\mathrm{G}_1\mathrm{G}_2)$ et la tracer.
2. Déduire de la question précédente une estimation du montant des cotisations en 1997, au million de francs près.
3. À partir de quelle année le montant des cotisations dépassera-t-il 7 200 millions de francs ? Justifier le résultat.

Exercice 2 **4 points**

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher :
1 boule verte valant 1 point,
2 boules bleues valant chacune 2 points,
2 boules rouges valant chacune 3 points.

1. On tire au hasard une boule dans l'urne.
   Calculer la probabilité des évènements :
   A : « obtenir une boule bleue »,
   B : « obtenir un point »,
   C : « obtenir au moins deux points ».
2. On tire successivement sans remise 2 boules dans l'urne.
   a. Déterminer le nombre de tirages différents possibles à l'aide d'un tableau ou d'un arbre.
   b. Calculer la probabilité des évènements :
   D : « obtenir deux boules de la même couleur »,
   E : « obtenir quatre points »,
   F : « obtenir quatre points avec deux boules de couleurs différentes ».

Problème **11 points**

Partie A

Soit le polynôme $P(X) = (X-3)^2$.

1. Développer $P(X)$.

2. En déduire :

  a. la résolution dans $\mathbb{R}$ de $e^{2x} - 6e^{x} + 9 = 0$.

  b. le signe de $e^{2x} - 6e^{x} + 9$.

Partie B

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 6 - e^{x}$$

et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$g(x) = 9e^{-x}.$$

On note $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ les courbes représentatives de f et g dans un repère orthogonal $\left(O\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.
La courbe $\left(C_f\right)$ est donnée ci-après.

1. **a.** Déterminer la limite de g en $-\infty$.

  b. Déterminer la limite de g en $+\infty$. En déduire que $\left(C_g\right)$ admet une asymptote.

  c. Calculer $g'(x)$ où g' désigne la dérivée de g. Étudier le signe de $g'(x)$ et dresser le tableau de variations de g.

2. **a.** Démontrer que, pour tout réel x, $g(x) - f(x) = e^{2x} - 6e^{x} + 9$.

  b. À l'aide de la partie A, démontrer que les courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ se coupent au point I de coordonnées $(\ln 3\,;\,3)$.

  c. À l'aide de la partie A, déterminer la position relative de $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$.

3. Démontrer qu'au point I les deux courbes $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ ont la même tangente (T).

4. Tracer la droite (T) ainsi que $\left(C_g\right)$ sur la feuille annexe contenant déjà la courbe $\left(C_f\right)$.

5. **a.** Déterminer la valeur exacte en cm^2 de l'aire de la partie du plan limitée par $\left(C_f\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 3$.

  b. Déterminer la valeur exacte en cm^2 de l'aire de la partie du plan limitée par $\left(C_g\right)$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = \ln 3$.

  c. En déduire la valeur exacte en cm^2 de l'aire de la partie du plan limitée par $\left(C_f\right)$ et $\left(C_g\right)$ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 3$.
  Donner une valeur approchée de cette aire à 10^{-2} près.

Annexe