Entrée École de santé des armées 6 avril 2022

Durée : 1 heure 30 minutes   Coefficient : 2

IMPORTANT

- L'utilisation de téléphone portable, de calculatrice, de règle à calculs, de formulaires, de papier millimétré est interdite.
- Il est interdit de signer sa copie ou d'y mettre un signe distinctif quelconque.
- Écrivez au stylo-bille, encre bleue ou noire, non effaçable. Attention, utilisation restreinte de blanc correcteur (de préférence, rayer l'erreur).
- Vérifiez que ce fascicule comporte 7 pages dont une page de garde comprise.
- Toutes les réponses aux QCM doivent être faites sur la grille de réponses jointe. Si le candidat répond aux QCM sur le fascicule ou la copie et non sur la grille, ses réponses ne seront pas prises en compte par le correcteur.
- Pour chacun des QCM, les candidats doivent cocher les lettres des propositions qu'ils considèrent comme correctes. Il est demandé aux candidats de faire très attention au numéro de QCM quand ils « cochent» la grille de réponses jointe.
- Il sera tenu compte de la qualité de la présentation de la copie et de l'orthographe. Aucun brouillon ne sera pris en compte.

EXERCICE 1 - 6 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.
On demande au candidat d'indiquer **sans justification** la réponse qui lui parait exacte **en cochant la case sur la grille prévue à cet effet**.
Toute réponse juste est comptée $+1$ point, toute réponse fausse est comptée $-0{,}2$ point.
Une absence de réponse est comptée 0 point.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 1

Un candidat doit répondre à un Vrai-Faux contenant 4 questions.
Pour chacune des questions, une réponse est vraie, l'autre est fausse.
Le candidat, n'ayant aucune connaissance sur les questions, choisit au hasard entre les deux réponses possibles.
Il a 1 pour une réponse exacte et 0 sinon.
La probabilité que le candidat obtienne au moins la moyenne à ce QCM est :

A. $\dfrac{7}{24}$ **B.** $\dfrac{13}{16}$ **C.** $\dfrac{11}{16}$ **D.** $\dfrac{5}{8}$

QCM 2

Pour traiter une maladie, on utilise deux médicaments :

- 80 % des patients qui utilisent le premier médicament ont une réaction ;
- 30 % des patients qui utilisent le deuxième médicament ont une réaction.

Les réactions aux deux médicaments sont indépendantes.
On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de médicaments pour lesquels un patient a une réaction.
L'espérance mathématique de X est :

A. 0,68 **B.** 0,72 **C.** 1,1 **D.** 1,16

QCM 3

Un virus sévit dans une population.
On sait que dans cette population 20 % des individus sont malades.
Un test diagnostique est mis en place.
La probabilité qu'un individu ait un test positif sachant qu'il est malade est 0,8 ; la probabilité qu'un individu ait un test négatif sachant qu'il n'est pas malade est 0,8.
La probabilité qu'un individu ayant un test positif soit malade est :

A. 0,5 **B.** 0,625 **C.** 0,8 **D.** 0,375

QCM 4

Soit une suite (u_n) géométrique de raison 2 et une suite (v_n) géométrique de raison 3. Alors :

A. la suite $s_n = u_n + v_n$ est arithmétique de raison 5.
B. la suite $s_n = u_n + v_n$ est géométrique de raison 5.
C. la suite $p_n = u_n \times v_n$ est arithmétique de raison 6.
D. la suite $p_n = u_n \times v_n$ est géométrique de raison 6.

QCM 5

La limite $\displaystyle\lim_{x \to 2^+} \frac{\ln(x-2)}{2-x}$ est égale à :

A. $-\infty$ **B.** 0 **C.** $+\infty$ **D.** autre réponse

QCM 6

Dans $\mathbb{R}$, l'équation

$$\ln(x+3)+\ln(x+2)=\ln(2) :$$

A. n'admet pas de solution
B. admet une unique solution
C. admet deux solutions
D. autre réponse

EXERCICE 2 - 6 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.
On demande au candidat d'indiquer **sans justification** la réponse qui lui parait exacte **en cochant la case sur la grille prévue à cet effet**.
Toute réponse juste est comptée +1 point, toute réponse fausse est comptée −0,25 point.
Une absence de réponse est comptée 0 point.
Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 7

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$ par :

$$f(x) = 1 + (x-4)\mathrm{e}^{0,25x}.$$

Alors sur $[-4\ ;\ 4]$

A. f est croissante **B.** f est décroissante **C.** f est convexe **D.** f est concave

QCM 8

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $]4\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2x}{x^2-16}.$$

Alors l'intégrale $\displaystyle\int_5^6 f(x)\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A. $-\dfrac{23}{15}$ **B.** $\ln\left(\dfrac{20}{9}\right)$ **C.** $\ln\left(\dfrac{36}{25}\right)$ **D.** $2\sqrt{35}-3$

QCM 9

On considère les droites d_1 et d_2 dont on donne une représentation paramétrique :

$$d_1 : \left\{\begin{array}{rcl} x &=& -3t+1\\ y &=& -2t-1\\ z &=& 6t+4\end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}) \qquad \text{et} \qquad d_2 : \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 2t'-2\\ y &=& -t'+3\\ z &=& 3t'-5\end{array}\right. \quad (t' \in \mathbb{R}).$$

Les droites d_1 et d_2 sont :

A. strictement parallèles **B.** confondues **C.** sécantes **D.** non coplanaires

QCM 10

Une tumeur, dont la surface triple chaque jour, met 12 jours pour recouvrir totalement la surface d'un certain organe. Combien de jours, trois de ces tumeurs mettraient-elles pour recouvrir totalement la surface de cet organe en supposant que les zones infectées par ces trois tumeurs ne se recouvrent pas?

A. 11 jours **B.** 9 jours **C.** 36 jours **D.** 4 jours

QCM 11
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x\sqrt{x^2+1}.$$

La dérivée f', de la fonction f a pour expression :

A. $\sqrt{x^2+1}$ **B.** $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ **C.** $\sqrt{x^2+1}+\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}$ **D.** $\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$

QCM 12
Dans un pays, 80 % des habitants ont une couverture vaccinale contre une maladie donnée. On interroge au hasard 40 habitants et l'on considère que la population du pays est suffisamment importante pour assimiler cette expérience aléatoire à un tirage avec remise.

A. La probabilité qu'aucun des habitants interrogés ne soit vacciné est égale à 0,2.
B. La probabilité que tous les habitants interrogés soient vaccinés est égale à 0,7.
C. En moyenne 32 habitants parmi les 40 sont vaccinés.
D. La probabilité que le premier candidat non vacciné soit le troisième vaut 0,045.

EXERCICE 3 - 8 points

Pour cet exercice, on donne les approximations suivantes :

$\ln 0{,}05$	$\ln 0{,}95$	$\ln 2$	e^{-1}	e^{-2}	e^{-3}	e^{-4}	e^{-5}	e^{-6}	e^{-7}
-3	$-0{,}05$	0,7	0,36	0,14	0,05	0,02	0,007	0,002	0,0009

A. On considère l'équation différentielle

$$(E) : \quad y' + y = 5\text{e}^{-0{,}5t} \text{ sur l'intervalle } [0~;~+\infty[.$$

1. Démontrer que la fonction u définie sur $[0~;~+\infty[$ par :

$$u(t) = 10\text{e}^{-0{,}5t}$$

est solution de (E).
2. Résoudre l'équation différentielle (E_0) : $\quad y' + y = 0$.
3. En déduire toutes les solutions de (E).
4. Déterminer la fonction solution de (E) qui s'annule en 0.

B. Un médicament est injecté par voie intramusculaire.
Il passe dans le sang, puis est éliminé par les reins.
Une étude a permis de constater que la concentration de ce médicament, en mmol.l^{-1}, dans le sang à l'instant t, en heures, est donnée par :

$$f(t) = 10\left(\mathrm{e}^{-0,5t} - \mathrm{e}^{-t}\right).$$

L'injection a lieu à $t = 0$.

1. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0~;~+\infty[$.

2. Calculer la valeur de l'extremum de f.

3. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

4. Dresser le tableau de variation complet de la fonction f sur $[0~;~+\infty[$.

5. Soit $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f.

- **a.** Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.
- **b.** Tracer une allure de $\mathscr{C}$ dans un repère orthonormé.

6. On estime que le médicament est éliminé dès que sa concentration dans le sang redevient inférieure à 0,475 mmol. l^{-1}.

- **a.** Justifier que l'équation $f(t) = 0,475$ admet deux solutions dans l'intervalle $]0~;~+\infty[$.
- **b.** Résoudre l'équation : $f(t) = 0,475$ dans $]0~;~+\infty[$.
- **c.** En déduire l'instant à partir duquel le médicament est éliminé.

7. En pharmaceutique, on appelle ASC d'une concentration, en mmol. l^{-1}, le nombre $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \int_0^x f(t)\,\mathrm{d}t$.

- **a.** Calculer l'ASC de cette concentration.
- **b.** Interpréter graphiquement la valeur obtenue.

8.
- **a.** Montrer que la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f présente un point d'inflexion en un réel x_0 de $[0~;~+\infty[$ que l'on précisera.
- **b.** En donner une interprétation pour la courbe $\mathscr{C}$ et pour la concentration.