Baccalauréat Sénégal série mathématiques septembre 1946

Exercice 1 (au choix)

1er sujet

Établir les formules de transformation en produit de la somme, de la différence de deux sinus, de deux cosinus.
Problèmes inverses.
Transformer en produit $\cos x + \sin x$ et $\cos x - \sin x$.

2e sujet

Résoudre l'équation

$$3\cos^2 x + 2\sqrt{3}\sin x\cos x + 5\sin^2 x = 2.$$

3e sujet

Résoudre un triangle dont on donne les trois côtés $a,\ b,\ c\ \ (c < b < a)$.
Donner des formules utilisables pour le calcul logarithmique.
Discuter. Calculer l'aire du triangle.
On donne trois points alignés

Exercice 2

On donne trois points alignés O, O$'$, A (O$'$ entre O et A, OA = R, O$'$A = R$'$, R > R$'$) et, dans un même plan fixe, on considère les cercles C et C$'$ passant par A et admettant respectivement pour centre O et O$'$.

1. Quel est le centre d'homothétie positive de ces deux cercles ?
   S désignant leur centre d'homothétie négative, calculer AS en fonction de R et R$'$.
   Calculer la puissance de l'inversion qui échange ces deux cercles.
2. Une demi-droite variable issue de S coupe C en M et C$'$ en M$'$; montrer qu'il existe un cercle Γ tangent en M à C et en M$'$ à C$'$.
   Lieu du pôle T de MM$'$ par rapport à Γ.
3. Comparer les deux angles MTM$'$ et OTO$'$.
   Déterminer géométriquement le point T pour que le cercle Γ correspondant soit vu de ce point sous un angle donné α ; discuter ; quelle relation doivent vérifier R et R$'$ pour que le maximum de α soit $\dfrac{\pi}{3}$?
4. On considère deux cercles Γ_1 et Γ_2 tangents à C et C$'$ et tangents entre eux.
   On transforme par l'inversion qui admet pour pôle le point A et pour puissance 4RR$'$ la figure constituée par C, C$'$, Γ_1 et Γ_2.
   Qu'obtient-on ?
   Soient $d_1,\ d_2$ les diamètres de Γ_1 et Γ_2, $\omega_1,\ \omega_2$ leurs centres qui se projettent orthogonalement en H_1 et H_2 sur OO$'$; la direction perpendiculaire à OO$'$ étant orientée, montrer que la valeur absolue de la différence des deux rapports $\dfrac{\overline{\mathrm{H}_1\omega_1}}{d_1},\ \dfrac{\overline{\mathrm{H}_2\omega_2}}{d_2}$ est égale à 1.