Baccalauréat Strasbourg 1950

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet. - Limite du rapport $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque x tend vers 0.
Application : dérivées de $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$.

2e sujet. - Exposer une méthode de résolution de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c.$$

Discuter.

3e sujet.- Calculer les éléments d'un triangle, connaissant les côtés a, b, et l'angle A. Discuter.

II

(E) est une ellipse donnée, de centre O, de foyers F et F$'$. On désigne par a le rayon du cercle principal (O) et par $2c$ la distance FF$'$.

1. Soit H la projection de F sur une tangente (Δ) à l'ellipse (E). Soient M et M$'$ les points de (Δ) définis par

   $$\mathrm{HM} = \mathrm{HM}' = \mathrm{HF}.$$

   Rappeler quel est, lorsque (Δ) varie, le lieu de H.

   Calculer FM et FM$'$ en fonction de a et c.

   En déduire que, lorsque (Δ) varie, le lieu de M et M$'$ est un cercle (C) de centre F.
2. Soit I le point de rencontre des tangentes au cercle (C) en M et M$'$.

   Par quelle transformation simple peut-on déduire I de H ?

   Montrer que le lieu de I est, lorsque (Δ) varie, un cercle (C$'$).
3. Les droites rectangulaires F$'$M, F$'$M$'$ recoupent respectivement (C) aux points P et P$'$.

   Montrer que les quatre côtés du quadrilatère MM$'$PP$'$ sont tangents à (E).

   En déduire qu'il existe une infinité de quadrilatères inscrits à (C) et circonscrits à (E), puis qu'il existe une infinité de quadrilatères inscrits à (C$'$) el circonscrits à (C).
4. On désigne par K$'$ le pied sur la droite FF$'$ de la directrice associée au foyer F$'$ [on rappelle que cette directrice est la polaire de F$'$ par rapport au cercle principal (O)].

   Montrer que F$'$ et K$'$ sont conjugués par rapport à (C).

   Montrer que les trois cercles (O), (C), (C$'$) appartiennent à un même faisceau à points limites. l

   [À cet effet il pourra être utile de considérer le faisceau de cercles orthogonaux aux cercles (O) et (C).]

   N. B. - La question n° 4 est facultative pour les candidats de la série *Mathématiques et Technique*