∽ Baccalauréat - Strasbourg juin 1951 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^er^ sujet

Propriétés des restes de la division, par un nombre entier, d'une somme, d'une différence et d'un produit de nombres entiers.
Application à la divisibilité par 11.

2^e^ sujet

Montrer que tout nombre entier non premier admet un diviseur premier différent de l'unité et que la suite des nombres premiers est illimitée.

3^e^ sujet

Étant donné trois entiers a, b et c, montrer que si c divise le produit ab et est premier avec a, il divise b.
En déduire l'unicité (à l'ordre près) de la décomposition d'un nombre entier en produit de puissances de nombres premiers.

II

On donne une sphère (S) de centre O et de rayon R ; deux plans tangents (f) et (m), dont les points de contact seront désignés par F et M, se coupent suivant une droite D.
On appelle I le milieu du segment FM et H la projection de M sur D.

1. Montrer que la droite D est perpendiculaire au plan FOM. Quelle relation existe-t-il entre OI, OH et R ?
2. M décrit un cercle donné (C) tracé sur (S). Le point I étant donné sur (S), déterminer la courbe (C') lieu de I et la courbe (Γ) lieu de H.

   Le cercle (C) étant fixé, où doit se trouver le point F pour que (Γ) soit une droite ?
3. Déterminer, dans les mêmes conditions, la courbe (K) du plan (f) à laquelle la droite D reste tangente lorsque M décrit (C).

   Discuter la nature de (K) suivant la position de F sur (S) (on pourra laisser de côté le cas où F est sur le cercle (C)).
4. Montrer que, lorsque F n'est pas situé sur (C), la courbe (K) est la section par (f) du cône (ou cylindre) circonscrit à (S) le long de (C).

   Retrouver ainsi les résultats de la discussion précédente (question n^o^ 3).

N. B. - Il est recommandé aux candidats de faire plusieurs figures simples, chacune d'elles indiquant simplement quelques détails de la figure dans l'espace.