# Baccalauréat mathématiques élémentaires Sud Viet-Nam juin 1964

**EXERCICE 1**

Soit le nombre $Z = 4\sqrt{2}(-1+\mathrm{i})$.

1. Déterminer le module et l'argument de $Z$.
2. En déduire les modules et arguments des racines cubiques de $Z$.
   On mettra ensuite chacune des racines sous la forme $a+\mathrm{i}b$, $a$ et $b$ étant des nombres réels, que l'on déterminera.

**EXERCICE 2**

Soient un repère orthonormé $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$ et le point $A$ de l'axe $x'\mathrm{O}x$ d'abscisse $a\,(a > 0)$.
Un triangle $MAN$, rectangle en $A$, varie de telle manière que son hypoténuse $MN$ reste parallèle à $x'\mathrm{O}x$. Soit $I$ le milieu de $MN$.

1. On suppose que $I$ décrit un cercle de centre A. Trouver géométriquement l'ensemble des points $M$ et $N$.
2. On suppose que $I$ décrit une droite passant par A. Trouver géométriquement l'ensemble des points $M$ et $N$.
3. **a.** On suppose que $I$ décrit la parabole d'équation $y^2 = 4ax$.
   Déterminer le foyer et la directrice de cette parabole.

   **b.** On se propose d'étudier l'ensemble des points $M$ et celui des points $N$.

   i. Montrer que l'un deux est une droite (celui des points $M$ par exemple).

   ii. Établir une correspondance géométrique simple, entre $I$ et $N$ ; en déduire l'équation de l'ensemble des points $N$ (on désignera les coordonnées de $N$ par $X$ et $Y$), puis donner une définition géométrique de cet ensemble.
4. On suppose que $I$ décrit la droite $y'\mathrm{O}y$.

   **a.** Montrer que les cercles (C) circonscrits aux triangles $MAN$ décrivent un faisceau à points de base, dont l'un est $A$ et dont l'autre sera désigné par $A'$.

   **b.** En évaluant de deux manières différentes la puissance par rapport au cercle (C) de la projection orthogonale de $M$ sur $x'\mathrm{O}x$, trouver l'équation de l'ensemble des points $M$ et des points $N$ (on désignera les coordonnées de $M$ par $X$ et $Y$).
   En déduire que cet ensemble est une hyperbole, dont on déterminera les foyers, sommets et asymptotes.