

☺ Sud Viet-Nam juin 1967 ☺

Baccalauréat mathématiques élémentaires (sujet de secours)

I.

Dans le système à base 10 un nombre s'écrit 20 800.

Quelle est la base du système de numération dans lequel il s'écrit 50500?

II.

Résoudre, dans l'ensemble, \mathbb{R} , des nombres réels, l'inéquation

$$\sqrt{3 - x^2 + 2x} > 1 - x.$$

III.

Un repère orthonormé étant choisi dans le plan, soit $\overrightarrow{x'Ox}$ et $\overrightarrow{y'Oy}$ les axes qui lui correspondent, avec $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}) = \frac{\pi}{2}$.

On désigne par A le point de coordonnées $(-1 ; +1)$ et l'on considère la parabole (P) de foyer A admettant $x'Ox$ comme tangente en son sommet, B.

1. Écrire l'équation de (P) dans le repère donné.

Montrer que l'axe $\overrightarrow{z'Oz}$ défini par $(\overrightarrow{x'Ox}, \overrightarrow{z'Oz}) = \frac{\pi}{4}$ est tangent à (P) en un point C, d'abscisse c . Calculer c .

2. a étant un nombre réel quelconque ($a \neq -1$ et $a \neq 1$), on appelle M le point de (P) ayant pour abscisse a .

Soit (T) la tangente en M à (P), M' et M'' les points d'intersection de (T) respectivement avec $x'Ox$, $z'Oz$.

Calculer en fonction de a les abscisses, X' et X'' , des points M' et M'' .

Déterminer analytiquement l'ensemble, (E), des milieux, I, des segments $M'M''$ quand a varie.

Cet ensemble est une droite dont on a exclu deux points.

Préciser ces deux points et leurs positions par rapport aux points B, O et C.

3. Exprimer en fonction de a la mesure algébrique de $\overrightarrow{CM''}$ sur l'axe $z'Oz$.

Comparer les vecteurs $\overrightarrow{OM'}$ et $\overrightarrow{CM''}$ et montrer que M' se transforme en M'' dans une similitude directe, dont on précisera le centre, le rapport et l'angle.

En déduire que le cercle $(AM'I)$ appartient à un faisceau linéaire, F, et le cercle $(AM''I)$ à un faisceau linéaire, F', faisceaux que l'on caractérisera.