

☞ Baccalauréat Sud-Vietnam juin 1965 (sujet de secours)
série mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

I.

Résoudre l'équation

$$\log(x - 25) + \log(x - 4) = 2,$$

dans laquelle la notation « log » signifie « logarithme décimal ».

II.

Soit M , M' et B les images respectives des nombres complexes Z , iZ , et i .

1. Posant $Z = x + iy$, déterminer les composantes scalaires des vecteurs \overrightarrow{BM} et $\overrightarrow{BM'}$ et en déduire l'ensemble des positions de M pour lesquelles les trois points B , M et M' sont alignés.
2. Quelle est la transformation ponctuelle qui fait correspondre au point M le point M' ?
Qu'en résulte-t-il pour le triangle MOM' ?
Que peut-on en déduire pour l'angle (MB, MO) si B , M et M' sont alignés?
Ne retrouve-t-on pas ainsi le résultat précédent?

III.

On considère la fonction

$$y = \cos^3 x - 3 \cos x + 2.$$

1. Étudier ses variations dans l'intervalle $[0 ; \pi]$. (justifier ce choix).
2. Tracer la courbe représentative sur l'intervalle $[-\pi ; +\pi]$ en prenant 2 cm comme unité de longueur sur chacun des axes (rectangulaires).
On déterminera en particulier les points d'inflexion et leurs tangentes, que l'on construira.
3. Montrer que la courbe complète admet une infinité d'axes de symétrie et de centres de symétrie dont on précisera la position.
4. On considère la portion de courbe définie au 2.
Compte tenu de la formule $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$, déterminer l'aire limitée par la courbe, la tangente à la courbe au point d'abscisse $x = \pi$ et les droites parallèles à Oy menées par les points d'inflexion.
On donnera de cette aire :
 - a. la valeur exacte;
 - b. la valeur, en centimètres carrés, approchée à moins de 1 mm, sachant que $3,1415 < \pi < 3,1416$ (on écrira les encadrements nécessaires pour justifier le calcul).