

Jeu du matheux confiné : 3^e vague, variants et territorialité...

Dominique Souder

Série 2 : réponses à envoyer avant le dimanche 4 avril à 23h

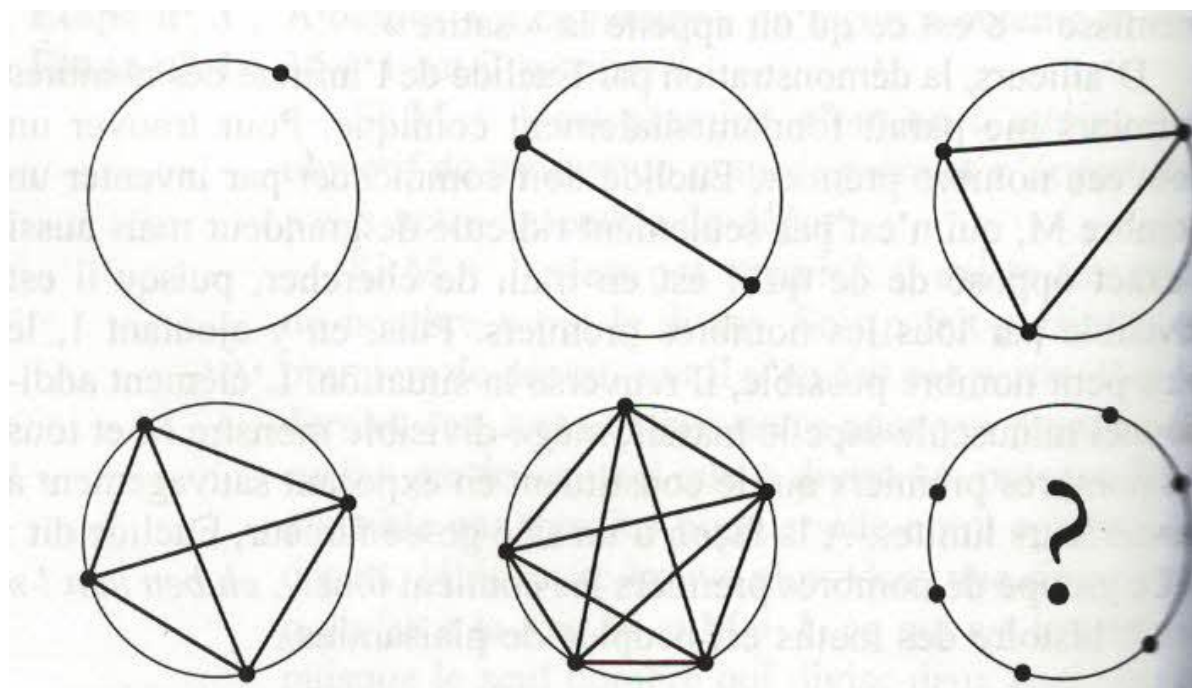
à : jeudumatheuxconfine@gmail.com

Exercice 1 : Vacances régionales

Sur un cercle, on place des points, on peut alors tracer un certain nombre de cordes les reliant, et on compte combien de régions différentes on peut obtenir au maximum à l'intérieur du cercle...

Nombre de points	1	2	3	4	5	...	8
Nombre de régions	1	2	4	8	16	...	?

N'allez pas trop vite pour compléter le tableau, prenez le temps de faire un dessin sur une feuille suffisamment grande, et donnez le nombre maximum de régions dans le cas de 8 points.



[Pour les plus affûtés d'entre vous : je connais une formule donnant selon le nombre n de points, le nombre maximum de régions. Cependant elle est hors de mon questionnaire de cette série. Par contre un cadeau supplémentaire attend ceux qui pourraient m'écrire une démonstration de cette formule !].

Exercice 2 : Le journal intime du confiné

Plus les jours de confinement s'accumulent, plus l'humeur s'en ressent et plus le nombre de feuilles de son journal intime augmente... Dans celui du matheux confiné, toutes

les pages sont numérotées à partir de 1. Si j'ouvre au hasard ce recueil aujourd'hui, et si je note le numéro de la page de gauche, la moyenne des numéros de toutes les autres pages de ce journal est 1013,8.

Donner le couple (nombre de pages du journal, numéro de la page choisie).

Exercice 3 : En rang, je n'veux voir qu'une seule tête !

Vous disposez sur votre table 6 pièces circulaires de taille identique comme indiqué ci-dessous : elles forment un triangle équilatéral. Votre **défi** consiste à former une ligne droite où les 6 pièces seront jointives, ceci en faisant successivement glisser des pièces une à une sur la table. A chaque déplacement la pièce doit forcément atteindre une position où elle en touche deux autres. On n'a pas le droit de décoller la pièce de la table, de la faire passer par-dessus une autre, ni de déplacer d'autres pièces pour faire le passage. Quel est le nombre de coups minimum pour réussir ?



Exercice 4 : Le théorème du confiné...

Voici le déroulement d'un tour de mathémagie

Le magicien s'adresse à un spectateur qui n'a pas peur de faire éventuellement quelques divisions à la main...

- Pensez à un nombre entier non nul inférieur strictement à 2021.
- Divisez-le par 5. Dites le reste entier de cette division (le magicien retient ce nombre « a », qui peut être nul)
- Divisez le nombre de départ par 101. Dites le reste entier (le magicien retient ce nombre « b »)
- Divisez votre nombre de départ par 4. Dites le reste entier le magicien retient ce nombre « c »).

Le magicien après avoir gribouillé quelques rapides calculs sur une feuille peut alors annoncer le nombre « n » choisi au début.

Exemple : Le spectateur a répondu sans l'ordre $a = 0$; $b = 31$; $c = 2$.

Vous êtes le magicien : quel est le nombre choisi par le spectateur ?

Cas général :

Soit n le nombre choisi par le spectateur. Le truc du mathémagicien est de calculer d'abord un nombre N à partir des réponses du spectateur ainsi : $N = Ka + K'b + K''c$, où K, K', K'' sont des coefficients entiers que vous devez trouver. Ensuite le magicien divise à la main ce nombre N par un entier E que vous trouverez aussi, jusqu'à aboutir au reste entier : celui-ci sera le nombre n cherché.

Ce théorème du confiné sera démontré dans le fichier « solutions » qui sera envoyé après la clôture de la série. Il s'inspire du « théorème chinois » (chercher un livre de maths sur les congruences, ou sur Internet).

Vous donnerez seulement en réponse finale à cet exercice l'ensemble des 4 valeurs : $\{E, K, K', K''\}$.

Exercice 5 : Je confine mes prunes chez moi

Dans mon petit jardin de forme triangulaire ABC rectangle en A, j'ai planté, en bon matheux, un prunier au centre I du cercle inscrit, de façon à ce que les branches restent au maximum de façon homogène, dans toutes les directions, à l'intérieur de ma propriété.

Néanmoins, sachant que $BI = \sqrt{13}$ et $CI = \sqrt{104}$ (en mètres), au-delà de quelle distance au sol du point I (en centimètres) les branches se mettront-elles à donner des prunes chez les voisins ?