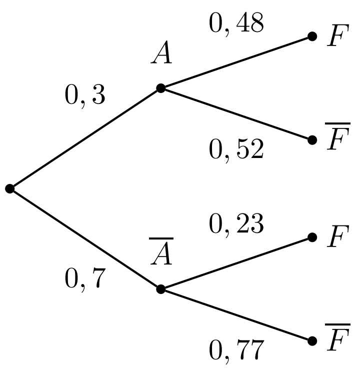
Bac STG M-CFE-GSI – juin 2011 – Corrigé de l'épreuve de mathématiques

Exercice 1 (3 points)

1. $f(x) = -x + 10 + 2\ln x \qquad f(1) = -1 + 10 + 2 \times \ln 1 = 9$ $\boxed{\text{Réponse b}}$
2. $f'(x) = -1 + 0 + 2 \times \dfrac{1}{x} = -\dfrac{x}{x} + \times \dfrac{2}{x} = \dfrac{-x+2}{x}$ $\boxed{\text{Réponse b}}$
3. $g(x) = \dfrac{-x+10}{e^x}$
   Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 0 est égal à $g'(0)$.
   On sait que $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$
   Posons : $u(x) = -x + 10$ et $v(x) = e^x$ alors $u'(x) = -1$ et $v'(x) = e^x$
   $g'(x) = \dfrac{(-1) \times e^x - e^x \times (-x+10)}{(e^x)^2} = \dfrac{e^x \times (-1 - (-x+10))}{e^{2x}} = \dfrac{e^x \times (-1 + x - 10))}{e^{2x}} = \dfrac{-11+x}{e^x}$
   $g'(0) = -11$ $\boxed{\text{Réponse c}}$

Exercice 2 (5 points)

1. L'évènement $\overline{A}$ est défini par : $\boxed{\text{« La fiche est celle d'un salarié âgé de plus de 34 ans »}}$
   et sa probabilité est : $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0,3 = \boxed{0{,}7}$.
2. Arbre de probabilité.



3. La probabilité demandée est : $p(A \cap F) = p(A) \times p_A(F) = 0,3 \times 0,48 = \boxed{0{,}144}$
4. $p(F) = p(A \cap F) + p(\overline{A} \cap F) = 0,144 + p(\overline{A}) \times p_{\overline{A}}(F) = 0,144 + 0,7 \times 0,23 = \boxed{0{,}305}$
5. La probabilité demandée est $p_F(\overline{A})$
   $p_F(\overline{A}) = \dfrac{p(\overline{A} \cap F)}{p(F)} = \dfrac{p(\overline{A}) \times p_{\overline{A}}(F)}{p(F)} = \dfrac{0,7 \times 0,23}{0,305} \approx \boxed{0{,}528}$

Exercice 3 (6 points)

Partie A

1. Indice des ventes de cigarettes pour l'année 2002 : $\dfrac{80529}{82514} \times 100 \approx 97,59434763 \approx \boxed{98}$
   Ventes de cigarettes en 2004. L'indice des ventes est proportionnel aux ventes, donc on effectue ce calcul : $\dfrac{82514 \times 67}{100} = 55284,38 \approx \boxed{\text{55284 millions d'unités}}$

Puisqu'il y a proportionnalité entre les colonnes C et D, on pouvait normalement effectuer des produits en croix sur les lignes 5 et 6 avec l'indice 84 ou sur les lignes 6 et 7 avec l'indice 66, mais les indices 66 et 84 sont arrondis, et cela donne les calculs suivants dont les résultats sont faux : $\dfrac{54801 \times 67}{66} \approx 55631$ $\dfrac{69648 \times 67}{84} \approx 55553$

2. Une formule à saisir en D2 à recopier vers le bas est :
   $\boxed{\texttt{=C3*\$D\$2/\$C\$2}}$ ou $\boxed{\texttt{=C3*D\$2/C\$2}}$ ou $\boxed{\texttt{=C3*100/\$C\$2}}$ ou $\boxed{\texttt{=C3*100/C\$2}}$
   Si, avant de recopier vers le bas on utilise le résultat de la question précédente et que l'on complète la cellule C6 par 55284,38, on peut alors recopier vers le bas la formule suivante : $\boxed{\texttt{=C3*D2/C2}}$
3. Taux d'évolution du prix des cigarettes entre 2000 et 2009 : $\dfrac{5,35 - 3,20}{3,20} = 0,671875 \approx \boxed{67\ \%}$

Partie B

1. Puisque le prix des cigarettes augmente de 10 % par an, $u_{n+1} = u_n \times (1 + 0,1) = 1,1u_n$
   Donc $\boxed{\text{la suite } (u_n) \text{ est géométrique de raison 1,1}}$
2. u_n en fonction de n : $u_n = u_0 \times b^n$ donc $\boxed{u_n = 5,60 \times 1,1^n}$
   Prix d'un paquet de cigarettes en 2020 : l'année 2020 correspond au rang 10, donc on calcule ce qui suit. $u_{10} = 5,6 \times 1,1^{10} \approx \boxed{14{,}52\ €}$.
3. Une formule à saisir en D3 à recopier vers le bas est : $\boxed{\texttt{=D2*0,96}}$ ou $\boxed{\texttt{=D\$2*0,96}\wedge\texttt{B3}}$
4. La suite (v_n) est géométrique de raison 0,96 donc : $v_n = 5000 \times 0,96^n$
   On cherche le rang n à partir duquel v_n soit inférieur à la moitié de 5000, c'est à dire 2500. On peut faire plusieurs essais ou utiliser la fonction *table* de la calculatrice et on constate que : $v_{16} \approx 2602$ et $v_{17} \approx 2497,9$
   Donc, le nombre de fumeurs aura diminué de moitié à partir du rang 17, c'est à dire $\boxed{\text{à partir de l'année 2027}}$.
   Le prix d'un paquet de cigarettes sera alors : $u_{17} = 5,6 \times 1,1^{17} \approx \boxed{28{,}31\ €}$

Exercice 4 (6 points)

Partie A

1. On obtient l'équation : $\boxed{y = 9,218x + 66,018}$
2. $\mathcal{D}\ :\ y = 9,2x + 66$
   (a) Tracé de la droite $\mathcal{D}$: voir annexe 2.
   (b) Estimation du prix au 1er janvier 2011 : $9,2 \times 11 + 66 = 167,20 \approx \boxed{167\ €}$. On pouvait aussi obtenir ce résultat graphiquement.
   (c) On cherche le rang x tel que $9,2x + 66 > 200$. On peut résoudre cette inéquation graphiquement ou par le calcul, voir ci-dessous.
   $9,2x + 66 > 200$
   $9,2x > 200 - 66$
   $9,2x > 134$
   $x > \dfrac{134}{9,2}$
   Or : $\dfrac{134}{9,2} \approx 14,6$ Donc le prix de l'article dépassera 200 € à partir du rang 15, c'est à dire $\boxed{\text{au cours de l'année 2015}}$.

3. (a) $\dfrac{153-72}{72} = 1,125 = \boxed{112{,}5\ \%}$

   (b) D'après la réponse précédente, le taux global T est égal à 112,5 % et il y a 9 évolutions de 2000 à 2009.

   Or, le taux moyen t est donné par : $t = (1+T)^{\frac{1}{n}} - 1$

   Donc : $t = (1+1,125)^{\frac{1}{9}} - 1 \approx 0,087$ Taux moyen : $\boxed{8{,}7\ \%}$

Partie B

1. Au 1er janvier 2011 le rang x est égal à 11 et au 1er juillet 2011, le rang x est égal à 11,5.
   $f(11) = 72 \times 1,087^{11} \approx 180$ et $f(11,5) = 72 \times 1,087^{11,5} \approx 188$
   Donc, selon ce modèle, le prix arrondi à l'unité est, au 1er janvier 2011 $\boxed{180\text{ €}}$, et, au 1er juillet 2011 $\boxed{188\text{ €}}$.
2. Avec la fonction *table* de la calculatrice, on peut constater que :
   $f(12,2) \approx 199,2$ et que $f(12,3) \approx 200,9$ et que $f(12,25) \approx 200,05$
   Or : 0,2 an = 0,2 × 12 mois = 2,4 mois, et 0,25 ans = 0,25 × 12 mois = 3 mois
   donc 12,2 ans correspond à une date du mois de mars 2012 et 12,25 ans correspond au 1er avril 2012. Donc, d'après ce modèle, l'article dépassera pour la 1re fois 200 €
   $\boxed{\text{au cours du mois de mars 2012}}$.

Partie C

Le prix réel au 1er janvier 2011 est : $153 \times 1,15 = 175,95$

Or, le prix estimé dans la partie A est 167,20 € et 180 € dans la partie B.

Donc le meilleur modèle est $\boxed{\text{celui de la partie B}}$.

Annexe 2 de l'exercice 4