

Grille d'analyse des objectifs du domaine mathématique et de leurs relations avec des compétences générales

Le présent document rassemble la taxonomie de R. GRAS (objectifs cognitifs), complétée par une analyse des compétences transversales proposée par H. BAREIL, et commentée par A. BODIN.

Il est conseillé de monter ce document (couper, coller et plier en accordéon) de façon à pouvoir le consulter plus facilement.

La taxonomie est complétée par une liste de 10 classes d'objectifs opérationnalisables (voir note en fin de document).

L'utilisation progressive de ce document est de nature à faciliter la diversification souhaitable des questions d'évaluation, l'appel aux divers niveaux de connaissances, et une meilleure prise en compte de la variété des objectifs de l'enseignement des mathématiques.

Dans un premier temps, il est cependant conseillé de se limiter à une utilisation partielle des rubriques et des commentaires qui suivent. Cette grille doit être considérée comme un outil susceptible d'aider l'enseignant dans ses choix, et non comme un quelconque absolu.

Taxonomie de la complexité cognitive de Régis Gras complétée par Henry Bareil et Antoine Bodin				Remarques et clés d'interprétation concernant les rapports entre les objectifs et les compétences	
Catégories		Objectifs ⁱ	Activités ⁱⁱ sollicitées ou attendues		Compétences ⁱⁱⁱ <i>ou éléments de compétences sollicitées ; indicateurs de manifestation de ces compétences</i>
A	A1	Connaissance de la terminologie et du fait spécifique	<i>Connaître</i> <i>Assembler</i> ...	Maîtrise du langage courant utilisé dans les formulations mathématiques. Lire et utiliser les déterminants, les comparatifs, les conjonctions.	Maîtriser le langage d'un domaine donné est une compétence. Utiliser correctement les déterminants est une manifestation de cette compétence. Cette compétence est complémentaire de la "connaissance de la terminologie spécifique", en ce qu'elle permet à cette connaissance de s'exprimer de façon efficace. L'objectif A1 est spécifique du domaine mathématique en ce sens qu'il ne concerne que la connaissance de la terminologie utilisée en mathématique. La première compétence évoquée est elle aussi spécifique du domaine mathématique. Par contre, la seconde compétence évoquée est de nature transversale.
	A2	Capacité à agir sur une forme physique du concept et capacité à évoquer	<i>Bricoler</i> <i>Explorer</i> <i>Observer</i>	Savoir organiser les situations de façon à permettre l'observation et savoir tirer profit de cette observation (faire des essais, faire varier des éléments de la situation, remarquer, s'étonner le cas échéant,...).	On souhaite développer les capacités d'initiative des élèves et des compétences générales relatives à la résolution des problèmes. "Faire des essais", n'est pas une compétence, c'est une action (ou une série d'actions !). Mais la disposition à faire des essais en réponse à une interrogation est un indicateur de compétence. Cette disposition est du côté des attitudes et du côté de l'éducation mathématique (il s'agit bien ici de

				Estimer "à vue"	<p>disposition et non de la capacité à pratiquer des essais en réponse à la consigne précise : faites des essais !)</p> <p>On voit qu'ici encore la compétence en question est de nature transversale.</p> <p>Etre capable d'estimer "à vue" la hauteur d'une tour, la hauteur d'une montagne, le nombre de personnes d'une foule, la valeur d'un bien, désignent bien des compétences , et l'on se rapproche vite, ici, de compétences professionnelles.</p> <p>Dans les situations rencontrées en A2, la compétence à estimer à vue certaines grandeurs est sans doute susceptible de faciliter la réalisation de tâches du niveau A2. Cette compétence ne peut toutefois pas être considérée comme une condition nécessaire.</p>
	A3	Capacité à lire des cartes, des tableaux, des graphiques	<i>Déchiffrer</i> <i>Décrire</i>	S'approprier un texte, un dessin, une consigne... Reconnaître des objets connus lorsqu'ils sont placés dans un environnement rendant cette reconnaissance non immédiate ^{iv} Utiliser une documentation, un argumentaire,... et en chercher).	Ici encore, des compétences difficiles à définir sont désignées par des indicateurs ou par des types de manifestation. On remarquera que le premier énoncé concerne ce que, après Bloom, on a coutume d'appeler le domaine affectif. Ce domaine concerne l'engagement personnel, la volonté de prendre en compte, de "s'approprier"... C'est à la fois intéressant et pertinent. En effet, la notion de compétence, comme celle d'éducation mathématique ne peut se limiter au domaine cognitif. Savoir se documenter, s'informer, dans des situations variées et dans des conditions non contraintes est une compétence qui contient et dépasse les compétences de ce niveau.
	A4	Effectuation d'algorithmes simples	<i>Calculer</i> <i>Opérer</i> ...	Appliquer une consigne, une propriété, une formule.	
B	B1	Substitution d'une démarche représentative à une manipulation - Anticipation	<i>Prolonger</i> <i>Induire</i> ...	Avoir recours à une représentation pour découvrir une propriété (ou une solution possible d'un problème).	Ici encore la compétence est plus large que sa dérivation dans le domaine mathématique. On peut penser à l'aménagement d'un jardin, à la fabrication d'un objet technique,...

Analyse des faits et transposition	B2	Reconnaissance et usage d'une relation implicite simple où intervient l'objet mathématique connu.	<i>Analyser</i> <i>Comparer</i> ...	Identifier des relations entre objets...	
	B3	Traduction d'un problème d'un mode dans un autre avec interprétation	<i>Schématiser</i> <i>Traduire</i> <i>Transposer</i>	Pouvoir changer de langage, expliquer ou décrire la même chose de plusieurs façons.	
C Compréhension des relations et des structures	C1	Compréhension du concept, des relations entre objets mathématiques, des structures	<i>Reconnaître</i> <i>Construire</i> ...	Reconnaître et utiliser une opération inverse.	
	C2	Compréhension d'un raisonnement mathématique : justification d'un argument	<i>Justifier</i>	Justifier le choix d'une réponse parmi d'autres proposées.	
	C3	Choix et ordonnancement d'arguments	<i>Déduire</i>		
	C4	Application dans des situations familières	<i>Analyser</i> <i>Abstraire</i> <i>Appliquer</i> <i>Interpoler</i>	Mobiliser des connaissances dans des situations familières	On a bien affaire à une compétence, encore transversale a priori : celle de savoir utiliser ses connaissances de façon efficace.
	D1	Effectuation et découverte d'algorithmes	<i>Structurer</i>	Chercher des stratégies de résolution de problèmes par essais exhaustifs.	Certains problèmes de mathématiques se situent à ce niveau, et c'est le premier niveau où il puisse être question de (vrais) problèmes.

D Synthèse et créativité		composites et de nouvelles relations		Décomposer une tâche en tâches plus simples (éventuellement élémentaires dans un référentiel donné).	
	D2	Constructions de démonstrations et d'exemples personnels	<i>Illustrer</i> <i>Démontrer</i> <i>Valider</i> <i>Créer</i> <i>Inventer</i>	Utiliser des cas particuliers. Poser un problème, se donner un défi. Argumenter Prendre des initiatives	<i>Viendrait ici, dans le cas où la démarche ne serait pas contrainte :</i> Chercher et appliquer des stratégies de résolution de problèmes : - en <i>faisant varier des données</i> , des paramètres, - en <i>partant de la conclusion</i> , du but poursuivi. Mais il conviendrait d'exprimer cela comme une compétence (et ne pas confondre compétence et méthode !).
	D3	Découverte de généralisations	<i>Généraliser</i> <i>Induire</i> <i>Prévoir</i> <i>Extrapoler</i> <i>Reconstituer</i> <i>Conjecturer</i> ...	À partir d'une suite d'exemples, conjecturer une propriété générale et l'appliquer. Distinguer conjecture et résultat démontré.	
	D4	Reconnaissance du modèle et applications dans des situations non routinières	<i>Modéliser</i> <i>Identifier</i> <i>Différencier</i> <i>Classifier</i> <i>Résumer</i> ...	Identifier ou reconnaître un modèle, une analogie....	

E Critique et évaluation	E1	Distinction du nécessaire et du suffisant	<i>Formuler des hypothèses</i> <i>Déduire</i> ...	Énoncer une propriété réciproque et valider son éventuelle véracité.	La compétence à conjecturer peut certainement être placée plus haut : elle apparaît dès B1 dans le cas d'un appui représentatif possible. Pour l'avoir dans sa généralité, il faut cependant attendre le niveau D3 (et c'est là que j'aurais tendance à le placer).
	E2	Critique de données et de méthodes ou de modèles résolvants	<i>Contrôler</i> <i>Optimiser</i> <i>Prévoir</i> <i>Critiquer</i> <i>Questionner</i> <i>Vérifier</i> ...	Choisir le niveau de rigueur de façon opportune (réponses exactes ou approchées par exemple). Se questionner. Choisir un cadre optimal	
	E3	Critique d'argumentation et construction de contre-exemples	<i>Critiquer</i> <i>Contredire</i> ...	Évaluer pour des informations, pour des résultats généraux : - leur plausibilité, - leur pertinence, - leur niveau de rigueur - leur domaine de validité.	

ⁱ **Objectifs** : le modèle utilisé permet de classer des objectifs de l'enseignement des mathématiques, mais les énoncés de cette colonne doivent être simplement considérés comme des descripteurs des sous-catégories de la taxonomie.

Certains de ces énoncés décrivent vraiment des objectifs par exemple l'énoncé A1), d'autres décrivent plutôt des comportements (par exemple A4). En formulant autrement il sera possible d'avoir des formulations plus cohérentes avec l'idée que les enseignants ont habituellement des objectifs. Par exemple au lieu d'écrire "effectuation d'algorithmes simples" on pourrait écrire : "une procédure algorithmique (simple) étant connue, être capable de l'appliquer dans des situations dans lesquelles la pertinence de la procédure est immédiate et ne pose pas de difficultés particulières".

La taxonomie de Régis GRAS a fait la preuve de son utilité et est connue et utilisée en France et dans beaucoup d'autres pays (en particulier dans des bases de questions d'évaluation). Nous avons donc choisi de la présenter sous sa forme initiale (1979) plutôt que de chercher d'improbables meilleures formulations. Par contre nous l'avons complétée par une colonne "compétences" et par une colonne " remarques" destinées à faciliter l'interprétation et le passage des objectifs aux compétences.

Rappelons que la taxonomie est utilisable dans plusieurs situations qui ne devraient pas être confondues (voir le tableau "Distinction des étapes et des démarches")

- planification de l'enseignement (s'assurer que l'on ne perd pas de vue des objectifs importants),
- organiser les situations d'évaluation (choisir des énoncés, organiser une épreuve, prévoir un barème,...)
- analyser des épreuves d'évaluation d'un point de vue de la validité (par exemple analyser des sujets d'examens).

Exemples :

"*Connaître le sens du mot hypoténuse*" est un objectif spécifique que nous classerons bien sûr en A1.

"*Connaître le vocabulaire et les notations utilisées en géométrie plane élémentaire*" est aussi un objectif spécifique (plus large) de niveau A1.

Mais la taxonomie permet aussi de classer les tâches (et donc les questions d'évaluation).

"*Un triangle ABC est rectangle en A. Quelle est son hypoténuse ?*" décrit une tâche qui sera aussi classée en A1, du moins si elle s'adresse à des élèves qui ont eu l'occasion d'apprendre ce qu'était l'hypoténuse d'un triangle rectangle.

Pour un élève qui n'a jamais rencontré la notion et dont on attendrait que, sans autre consigne, il se dirige vers des sources de documentation appropriées, et applique une définition trouvée dans cette documentation, la tâche serait de niveau taxonomique B3.

On retrouve ici l'impossibilité de proposer un niveau qui serait intrinsèque à la question.

Prenons par exemple E1 : distinction du nécessaire et du suffisant.

On souhaite bien sûr que les élèves finissent par être capable, en situation, de distinguer le nécessaire du suffisant. C'est un objectif (d'enseignement)

Certaines tâches supposent que des conditions suffisantes soient distinguées d'autres conditions qui seraient seulement nécessaires. "Distinguer le nécessaire et le suffisant" est alors un constituant de la tâche (un descripteur)...

"Être capable de distinguer le nécessaire et le suffisant" est bien sûr une capacité essentielle du domaine mathématique ; certaines tâches, certaines questions d'évaluation, joueront le rôle de révélateur de cette capacité. Cette capacité peut être élargie à une compétence générale qui intervient dans beaucoup d'autres domaines (linguistique, juridique,...). Nous savons cependant que cet élargissement ne se fait pas automatiquement, pas plus que ne se fait la restriction de la compétence générale évoquée à des situations du domaine mathématique. Il convient de rappeler ici l'autonomie des disciplines, y compris par rapport Même par rapport à des capacités qui semblent relever du domaine général (i.e.: distinguer le nécessaire du suffisant).

ⁱⁱ **Activités** : les termes placés dans cette colonne sont surtout utiles pour "l'opérationnalisation" des objectifs , c'est-à-dire pour produire et formuler des tâches qui reflètent correctement ces objectifs. Les types d'activités proposés (proposées ou supposées) sont simplement les plus fréquentes ou les plus probables du niveau concerné. Les listes proposées, sont des listes "outils" qui ne présentent aucun caractère d'absolu et qui peuvent bien sûr être prolongées.

ⁱⁱⁱ **Compétences** : La notion de compétence est une notion complexe qu'il n'est pas possible de développer ici. Disons simplement que d'une façon généralement admise, la notion de compétence concerne la mise en œuvre des savoirs dans des classes de situations. La notion de compétence comporte toujours l'idée de potentialité. L'élève peut être crédité de ce qu'il a déjà montré qu'il savait faire, mais ses compétences comprennent ce qu'il saurait encore faire si l'occasion lui en était donné, de même que vous êtes capable de lire la présente phrase que vous n'aviez pourtant jamais lu auparavant (compétence linguistique). Insistons donc sur le fait que les situations d'évaluation sont tout au plus des indicateurs de compétences.

Les compétences sont elles-mêmes susceptibles d'être analysées en termes de complexité cognitive. Par exemple la compétence relative à l'utilisation du langage courant d'un domaine particulier pourrait se décrire du niveau A au niveau E de notre taxonomie. On retrouve le croisement (*objectifs du domaine*) **x** (*compétences transversales*) tel qu'il est décrit dans notre grille pour l'analyse des objectifs et l'analyse de la tâche.

^{iv} Au delà, la reconnaissance amène souvent au niveau B2, et pourquoi pas au niveau B4 (elle peut en effet supposer analyse et synthèse).

Complément à la grille de repérage de la complexité cognitive de R. GRAS

Classes d'objectifs opérationnalisables

1 - HEURISTIQUE

Recouvre tout ce qui est lié aux séquences de recherche, à vocation de découverte par l'élève.

2 - TRADUCTIF

Activités de passage d'un langage dans un autre langage (langue maternelle, dessin, tableau, schéma).

3 - CLASSIFICATOIRE

Activités de classement selon un critère, activités supposant éventuellement une perte d'information en faveur d'une identification classifiante.

4 - CALCULATOIRE

Activités algorithmiques, portant essentiellement, au niveau de l'enseignement secondaire inférieur, sur les nombres, ce qui ne sera pas toujours le cas ultérieurement.

5 - LOGIQUE

Activités de type hypothético-déductives. Le développement des qualités de raisonnement y est visé.

6 - TECHNIQUE

Activités où soin, minutie, précision, persévérance sont fortement sollicitées.

7 - RÉINVESTISSEMENT

Activités dites d'application où les champs de représentation peuvent être différents : on y passe, en général, d'un modèle au réel où l'on utilise les résultats établis dans le modèle.

8 - CRÉATIF

Activités où fonctionne l'imagination, l'aptitude de la pensée divergente à construire un exemple personnel ou une situation différente de celle de l'apprentissage.

9 - CRITIQUE

Activités où s'exerce... l'esprit critique, la comparaison d'un résultat par rapport à un référentiel ou un présumé.

10 - PRÉDICTIF

Activités tournées vers l'extérieur de champ perçu et prospecté, activités qui mettent en œuvre les facultés inductives de l'apprenant.

Complément à la grille de repérage de la complexité cognitive de R. GRAS (suite)

À chaque classe d'objectifs R. GRAS associe un certain nombre de verbes d'action.

	Classes d'objectifs opérationnalisables	Verbes d'action permettant l'opérationnalisation
1	HEURISTIQUE	Bricoler - Chercher - Émettre des hypothèses - tâtonner
2	TRADUCTIF	Traduire - Observer et choisir le pertinent - Analyser - Schématiser - Représenter - Décrire - Modéliser - Transposer
3	CLASSIFICATOIRE	Organiser - Classifier - Discerner - Ordonner - Analyser - Synthétiser - Identifier
4	CALCULATOIRE	Dénombrer - Calculer - Appliquer un algorithme
5	LOGIQUE	Prouver - Convaincre - Rédiger (pour être lu) - Tolérer - Déduire - Résoudre des problèmes
6	TECHNIQUE	Soigner la présentation d'un dessin ou d'un calcul - Se montrer précis, minutieux, méticuleux - Se montrer persévérant et organisé
7	RÉINVESTISSEMENT	Appliquer - Construire un modèle - Illustrer - Faire fonctionner
8	CRÉATIF	Inventer - Créer - Trouver des exemples - Imaginer et construire
9	CRITIQUE	Contrôler - Interpréter - Évaluer - Maîtriser la vraisemblance - Critiquer en trouvant des contre-exemples - Remettre en question - Valider - Invalider - Optimiser
10	PRÉDICTIF	Estimer (approximativement) - Induire - Prévoir - Conjecturer

Note complémentaire (A. BODIN)

Dans ce qui précède, le terme "**opérationnalisable**" signifie que, pour chaque classe d'objectifs, il est possible de proposer des situations signifiantes, c'est-à-dire ayant du sens d'un point de vue épistémologique et pouvant prendre du sens pour les élèves. Le modèle de R.GRAS ne concerne pas exclusivement les questions d'évaluation : la recherche correspondante [GR1] porte en effet, simultanément, sur les situations d'apprentissage-enseignement et sur les situations d'évaluation.

Il y a cependant lieu d'insister sur le fait que, si le même modèle peut être utilisé dans les deux types de situations (situations de formation - situations d'évaluations), les situations elles-mêmes doivent être distinguées.

Le modèle de R.GRAS est ainsi composé de deux systèmes de repérages distincts :

- le système de repérage de la complexité cognitive (taxonomie),
- le système de repérage de la classe ou des classes d'objectifs opérationnalisables auxquels peut se rattacher la situation étudiée.

Ces deux systèmes de repérages ne sont bien sûr pas indépendants : c'est d'ailleurs ce que cherche à mettre en évidence la dernière colonne de la taxonomie (activités attendues). Il faut toutefois se garder d'une lecture trop rigide de la liaison proposée entre objectifs et activités : il n'y a pas bijection entre les deux et encore moins entre les objectifs de la taxonomie et les classes d'objectifs du second système.

L'instrument présenté ici a été partiellement validé par des recherches importantes. Il ne rend cependant qu'imparfaitement compte de la complexité de ce qu'il cherche à prendre en compte et des améliorations restent possibles. Tel quel, il a fait la preuve de son intérêt aussi bien en ce qui concerne la formation d'enseignants qu'en ce qui concerne son utilisation dans des planifications de formation ou d'évaluation.