Durée : 3 heures

∾ Baccalauréat L Amérique du Sud novembre 2002 ∾

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **6 points**

À « La ferme de la poule pondeuse », chaque jour on produit des œufs de deux tailles différentes :
60 % des oeufs sont moyens et 40 % des oeufs sont gros.
Les œufs sont classés en deux catégories : ceux de qualité ordinaire et ceux de qualité supérieure.
On a remarqué que :
50 % des œufs moyens sont de qualité ordinaire,
20 % des gros œufs sont de qualité ordinaire.
On choisit un œuf au hasard. Le choix au hasard d'un œuf dans la production du jour signifie qu'on se place dans un modèle avec équiprobabilité. On définit les évènements suivants :
M : « l'œuf est moyen »,
G : « l'œuf est gros »,
O : « l'œuf est de qualité ordinaire »,
S : « l'œuf est de qualité supérieure ».

1. Donner les probabilités suivantes :
   $P(\text{G})$, probabilité que l'oeuf soit gros,
   $\text{P}_{\text{G}}(\text{S})$, probabilité que l'œuf soit de qualité supérieure sachant qu'il est gros.
2. Démontrer que la probabilité de prendre un œuf gros et de qualité supérieure est égale à $0,32$.
3. Calculer la probabilité $P(\text{M}\cap\text{S})$ que l'œuf soit moyen et de qualité supérieure puis la probabilité $P(\text{S})$ de l'évènement S.

EXERCICE 2 OBLIGATOIRE **8 points**

On veut résoudre, dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ l'équation :

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0.$$

A – Méthode graphique :

1. **a.** Vérifier que le nombre 2 n'est pas solution de l'équation.
   b. Montrer que, pour $x \neq 2$, l'équation $x^2 = \dfrac{4x-5}{x-2}$ est équivalente à l'équation $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$.
2. Soit f la fonction définie pour tout réel x différent de 2 par $f(x) = \dfrac{4x-5}{x-2}$.
   Sa courbe représentative $\mathscr{H}$ dans un repère orthonormé est donnée en annexe à rendre avec la copie.
   a. Par lecture graphique, indiquer le sens de variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty\,;\,2[$ et $]2\,;\,+\infty[$.
   b. Déterminer la dérivée f' de f puis justifier le résultat lu dans la question précédente.
3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2$. Tracer sa courbe représentative $\mathscr{P}$ dans le repère utilisé pour utilisé pour $\mathscr{H}$.
4. Par lecture graphique, déterminer le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^3 - 2x^2 - 4x + 5 = 0$. Donner la valeur exacte ou une valeur approchée à 10^{-1} près de chacune de ces solutions.

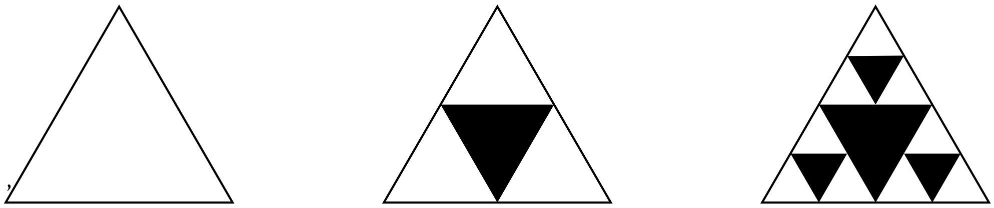
B - Méthode algébrique

1. Vérifier que, pour tout réel x : $(x-1)(x^2-x-5) = x^3-2x^2-4x+5$.
2. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = x^2-x-5$.
   a. Étudier le sens de variation de h.
   b. Montrer que $h\left(\dfrac{1}{2}\right)$ est la valeur minimum prise par h.
   c. On pose $x = \dfrac{1}{2}+u$. Exprimer $h\left(\dfrac{1}{2}+u\right)$ en fonction de u; factoriser l'expression obtenue.
   d. En déduire les valeurs du réel x pour lesquelles $h(x) = 0$.
3. Donner l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $x^3-2x^2-4x+5 = 0$.

LE CANDIDAT TRAITERA L'UN DES DEUX EXERCICES SUIVANTS

EXERCICE 3 AU CHOIX **6 points**

On divise un triangle équilatéral en quatre triangles équilatéraux obtenus en traçant les segments joignant les milieux des côtés et on noircit le triangle central. Chaque triangle non noirci est alors divisé en quatre triangles équilatéraux selon le même procédé et on noircit le triangle central comme précédemment.



1$^{\text{ère}}$ étape 2$^{\text{e}}$ étape

1. **a.** Réaliser la 3$^{\text{e}}$ étape en partant d'un triangle équilatéral de côté 16 cm. Combien de triangles noircis ont-ils été rajoutés ?
   b. Combien de triangles noircis seront-ils rajoutés à la quatrième étape ?
2. On note T_n le nombre de triangles noircis rajoutés à la n-ième étape où n est un entier supérieur ou égal à 1.
   La suite (T_n), ainsi définie, est une suite géométrique de raison 3.
   a. Donner la valeur de T_1, T_2, T_3.
   b. Exprimer T_n en fonction de n. Vérifier les résultats trouvés à la question **1.**
3. Calculer le nombre total de triangles noircis après la dixième étape.

EXERCICE 4 AU CHOIX **6 points**

Une urne contient 11 jetons (indiscernables au toucher) numérotés de 1 à 11.
On tire simultanément trois jetons de l'urne.

1. Démontrer que le nombre de tirages possibles est égal à 165.
2. **a.** Déterminer le nombre de tirages ne comportant que des jetons ayant un numéro impair.
   b. En déduire le nombre de tirages ayant au moins un jeton dont le numéro est pair.
3. **a.** Déterminer le nombre de tirages comportant trois jetons ayant un numéro pair.

b. Déterminer le nombre de tirages comportant le jeton numéroté 2 et aucun autre jeton ayant un numéro pair. En déduire le nombre de tirages avec un seul jeton portant un numéro pair.

c. Justifier que le nombre de tirages ayant seulement deux jetons avec un numéro pair est égal à 60.