# Baccalauréat TL Antilles–Guyane juin 1999

**EXERCICE 1** **4 points**

Une usine a fabriqué 25 pièces indiscernables, dont 3 présentent un défaut.

**1.** On choisit au hasard une pièce parmi les 25 pièces fabriquées.
  **a.** Calculer la probabilité qu'elle ne soit pas défectueuse.
  **b.** Une personne a besoin de 7 pièces non défectueuses. Combien doit-elle acheter de pièces au minimum pour être certaine de les avoir ?

**2.** On choisit simultanément 2 pièces au hasard parmi les 25 pièces fabriquées (on suppose que tous les tirages de 2 pièces sont équiprobables).
  **a.** Quelle est la probabilité d'obtenir 2 pièces sans défaut ?
  **b.** On appelle X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de 2 pièces, associe le nombre de pièces présentant un défaut.
   — Donner la loi de probabilité de X, sous forme de tableau.
   — Calculer l'espérance mathématique de X. On donnera les résultats sous forme décimale.

**EXERCICE 2** **4 points**

En 1998, le prix d'un magazine de parution annuelle est de 200 F. Chaque année, ce prix augmente de 6 %. Pour tout entier naturel $n$, on appelle $P_n$ le prix de ce magazine l'année $(1998 + n)$. On a donc $P_0 = 200$.

**1.** **a.** Calculer $P_1$ et $P_2$.
  **b.** Montrer que $(P_n)$ est une suite géométrique dont on précisera le premier terme et la raison.
  **c.** Exprimer $P_n$ en fonction de $n$, pour tout $n$ entier naturel.

**2.** Une personne dispose d'un budget annuel de 500 francs pour acheter ce magazine.
  **a.** Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'inéquation : $1,06^n \geqslant 2,5$.
  **b.** À partir de quelle année ne lui sera-t-il plus possible d'acheter le magazine ?

**3.** On dispose d'un abonnement à tarif préférentiel : le magazine de l'année 1998 $(n = 0)$ à l'année 2007 $(n = 9)$ pour 2 500 francs.
Quelle sera l'économie réalisée au bout de ces 10 années si l'on s'abonne plutôt que si on achète le magazine chaque année ?

**PROBLÈME** **12 points**

**Préliminaire**
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\ln x < -\dfrac{1}{3}$.

**Partie A**

Soit $f$ la fonction définie et dérivable sur $\left[\dfrac{1}{\text{e}}\,;\,+\infty\right[$ telle que :

$$f(x) = -x^3 \ln x.$$

On appelle $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Calculer la dérivée de $f$ sur l'intervalle de définition.

2. a. Calculer la limite de $f$ en $+\infty$ et la valeur exacte de $f\left(\dfrac{1}{\text{e}}\right)$.

   b. Étudier le signe de la dérivée (on pourra utiliser le résultat de la question préliminaire).

   Dresser le tableau de variations de $f$. On donnera la valeur exacte de l'extremum.

3. A est le point de la courbe représentative de $f$ d'abscisse 1.

   a. Donner les coordonnées de A.

   b. Donner l'équation de D, tangente à la courbe en A.

4. Étudier le signe de $f(x)$ sur $\left[\dfrac{1}{\text{e}}\,;\,+\infty\right[$.

5. Représenter graphiquement sur $\left[\dfrac{1}{\text{e}}\,;\,1,1\right]$ la fonction $f$, le point A et la droite D.

   Unités : 10 cm pour les abscisses et 50 cm pour les ordonnées.

**Partie B**

On définit l'intégrale I par :

$$\text{I}(x) = \int_x^1 f(t)\,\text{d}t \quad \text{pour } x \in \left[\dfrac{1}{\text{e}}\,;\,1,1\right].$$

et la fonction $g$ par :

$$g(x) = x^4 - \dfrac{x^4}{4} \quad \text{pour } x \in \left[\dfrac{1}{\text{e}}\,;\,1,1\right].$$

1. Que vaut I(1) ?

2. Calculer la dérivée de $g$. En déduire la valeur exacte de $\text{I}\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

3. Calculer l'aire du domaine délimité par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et la droite d'équation $x = \dfrac{1}{2}$. On en donnera une valeur, en cm$^2$, approchée à $10^{-2}$ près. La représenter sur le graphique de la **partie A – 5**.