Baccalauréat TL-Enseignement de spécialité
Antilles-Guyane juin 2007

EXERCICE 1 **6 points**

Partie A.

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;\,10]$ par :

$$f(x) = 55\mathrm{e}^{0,5x}.$$

1. Donner les valeurs approchées arrondies à l'unité des nombres $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$ et $f(4)$.
2. (a) Déterminer la fonction dérivée de la fonction f.

   (b) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;\,10]$.
3. Résoudre dans l'intervalle $[0\,;\,10]$, l'équation $f(x) = 3\,000$. On donnera les arrondis à l'unité des solutions éventuelles.

Partie B.

Une étude statistique permet de considérer la fonction f de la partie A comme un modèle satisfaisant pour décrire l'évolution, de 2000 à 2010, de la puissance totale des éoliennes installées en France.
Plus précisément, on suppose que pour l'année $(2000 + x)$ où x est un entier naturel, la puissance des éoliennes installées en France, exprimée en mégawatts, est donnée par $f(x)$.
En utilisant ce modèle et en exploitant les résultats de la partie A, répondre aux questions suivantes en donnant les justifications nécessaires.

1. Quelle était la puissance totale des éoliennes en 2001 ?
2. En quelle année la puissance totale des éoliennes devrait-elle dépasser 3 000 mégawatts ?
3. Pourra-t-on atteindre une puissance totale de 10 000 mégawatts en 2010 ?
4. Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n = 55\mathrm{e}^{0,5n}$.

   (a) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $\mathrm{e}^{0,5}$.

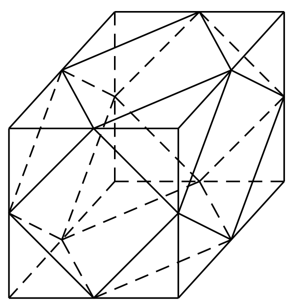
   (b) Dans le modèle étudié la puissance totale des éoliennes augmente donc chaque année d'un même pourcentage. Donner ce pourcentage en arrondissant le taux au dixième.

EXERCICE 2 **8 points**

Cet exercice est composé de deux parties indépendantes.

Partie A.

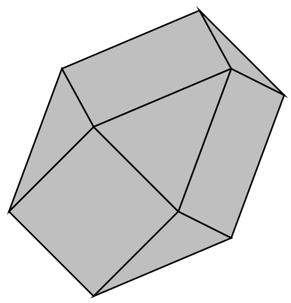
Sur chacune des faces d'un cube $ABCDEFGH$, figure un motif carré formé par les milieux des côtés des faces.



On donne en annexe la représentation en perspective centrale du cube $ABCDEFGH$, dont la face $ABFE$ est située dans un plan frontal. Le carré inscrit dans la face $ABFE$ y est représenté.
Les images des points A, B, C ... sont notés en lettres miniscules a, b, c ...
La droite (p) est la ligne d'horizon.
Les constructions demandées seront réalisées sur la feuille annexe 1, à rendre avec la copie.
On laissera apparents les traits de construction utiles.

1. (a) Construire le point de fuite principal r.
   (b) Construire les deux points de distances s et t.
2. (a) Construire l'image i du milieu I du segment $[CG]$.
   (b) Construire l'image j du milieu J du segment $[BC]$.
   (c) Proposer une vérification de la construction du point j.
   (d) Terminer le dessin des carrés figurant sur les deux faces apparentes du cube.

Partie B.



Dans un jeu de société, on utilise un dé qui est un solide obtenu en sectionnant un cube, à partir du schéma de la **partie A**.
Ce dé possède six faces carrées, numérotées de 1 à 6, et huit faces triangulaires, numérotées de 1 à 8.
Le premier joueur lance le dé et il ne peut entamer la partie que si le dé tombe sur une face portant le numéro 6.
On considère que lorsqu'on lance ce dé, la probabilité qu'il tombe sur une face carrée est $\dfrac{4}{5}$ et la probabilité qu'il tombe sur une face triangulaire est $\dfrac{1}{5}$.
De plus, on suppose que tous les numéros des faces carrées ont la même probabilité d'apparition et que tous les numéros des faces triangulaires ont la même probabilité d'apparition.
On note C l'évènement « le dé tombe sur une face carrée » et T l'évènement « le dé tombe sur une face triangulaire ». On a donc les probabilités suivantes : $p(C) = \dfrac{4}{5}$ et $p(T) = \dfrac{1}{5}$.
On note S l'évènement « le dé tombe sur une face portant le numéro 6 » et $\overline{S}$ l'évènement contraire de S.
Tous les résultats demandés dans cette partie seront donnés sous forme de fraction irréductible

1. Compléter l'arbre pondéré figurant sur la feuille annexe 2, **à rendre avec la copie**.
2. (a) Déterminer la probabilité $p(S \cap C)$ de l'évènement $S \cap C$.
   (b) Déterminer la probabilité $p(S)$ de l'évènement S.
3. Sachant que le premier joueur a obtenu un 6, quelle est la probabilité que le dé soit tombé sur une face carrée ?
4. Soit H l'évènement « le dé tombe sur une face portant le numéro 8 », calculer la probabilité de H.

EXERCICE 3 **6 points**

Pour tout entier naturel n, on pose : $A(n) = n^2 - n + 2007$.
Le but de l'exercice est d'étudier la divisibilité des entiers $A(n)$ par 2 et par 3.
Cet exercice est composé de deux questions indépendantes.

1. (a) Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre $A(1)$ égal à 2007.

   (b) Soit n un entier naturel. Démontrer que : « Si n est divisible par 3, alors $A(n)$ est divisible par 3 ».

   (c) La réciproque de cette dernière affirmation est-elle vraie ? Justifier.

2. (a) Vérifier que, quel que soit l'entier naturel n, on a :

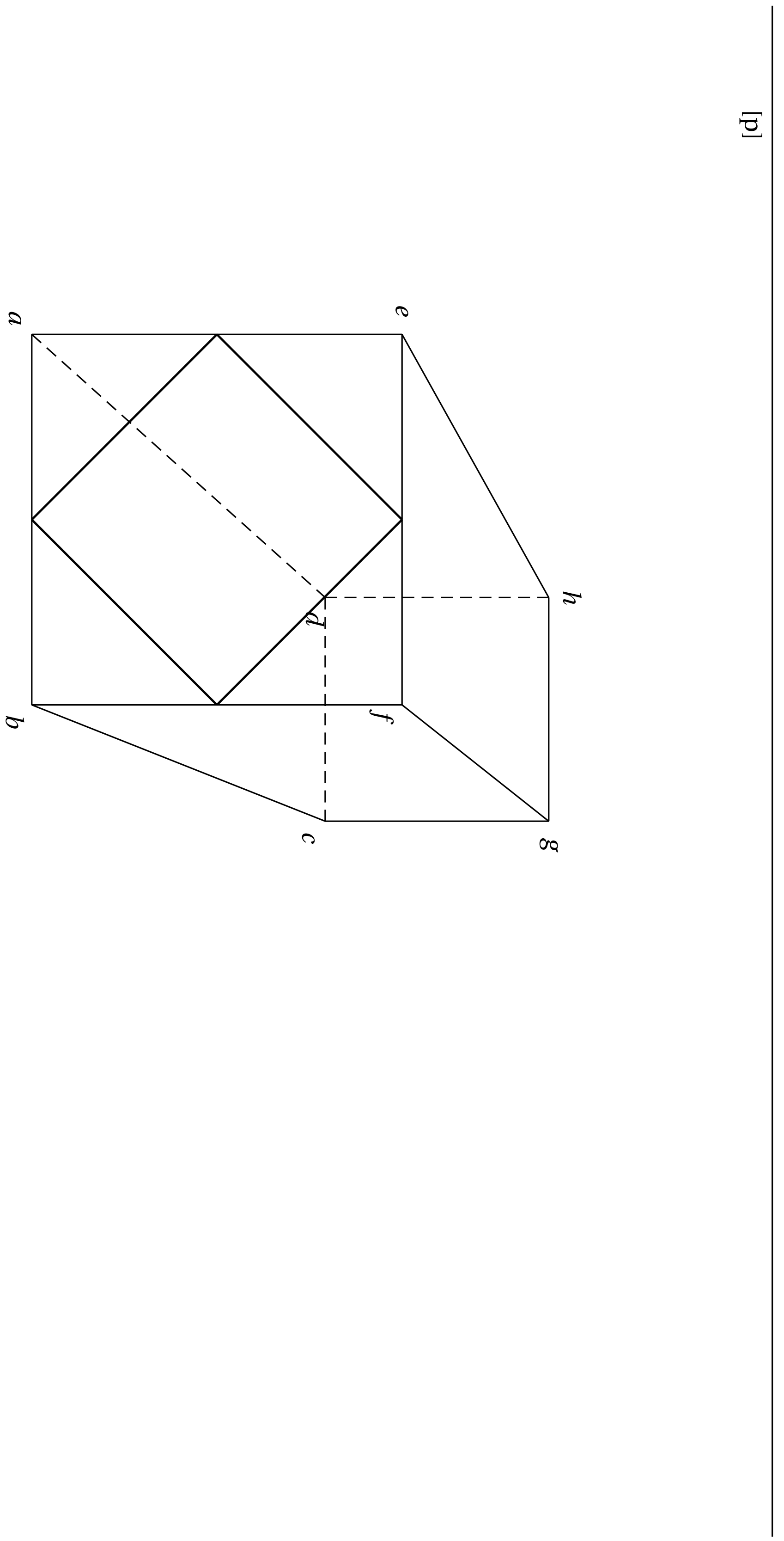
$$(n+1)^2 - (n+1) + 2007 = (n^2 - n + 2007) + 2n.$$

   (b) On considère un entier naturel n quelconque. Démontrer que : « Si $A(n)$ est impair, alors $A(n+1)$ est impair ».

   (c) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

   « Il existe au moins un entier naturel n tel que $A(n)$ soit divisible par 2 ».

ANNEXE 1 à rendre avec la copie



ANNEXE 2 à rendre avec la copie