Baccalauréat L spécialité 2009

L'intégrale de juin à septembre 2009

Pour un accès direct cliquez sur les liens bleus

∽ Baccalauréat TL spécialité Amérique du Nord ∾ juin 2009

EXERCICE 1 **5 points**

Marie possède un jeu électronique ayant deux niveaux de jeu. Au début de chaque partie, elle choisit au hasard un des niveaux de jeu. Une étude statistique des parties déjà jouées permet d'affirmer que si Marie joue au niveau 1, elle gagne trois fois sur quatre et si elle joue au niveau 2, elle ne gagne que deux fois sur cinq.
Marie joue une partie.
On note A, B et G les évènements suivants :

A : « Marie joue au niveau 1 »
B : « Marie joue au niveau 2 »
G : « Marie gagne la partie ».

1. Donner, à l'aide de l'énoncé :

la probabilité P(A) de l'évènement A.

la probabilité P(B) de l'évènement B.

la probabilité $P_A(G)$ que Marie gagne la partie sachant qu'elle a joué au niveau 1.

la probabilité $P_B(G)$ que Marie gagne la partie sachant qu'elle a joué au niveau 2.

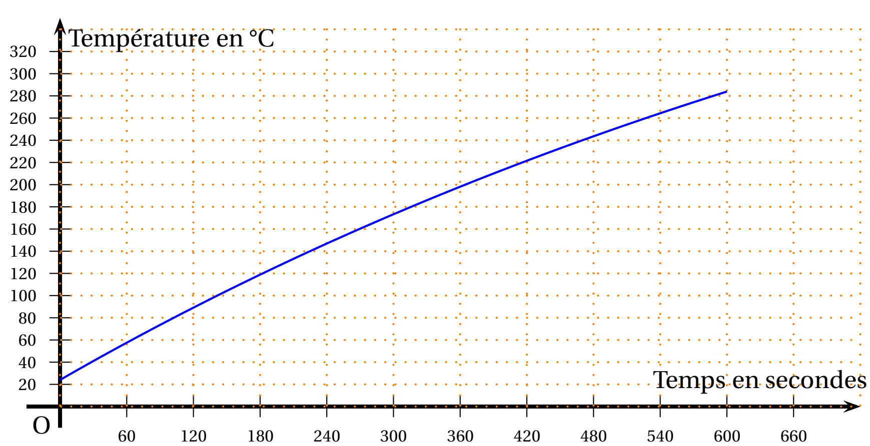
Pour les questions suivantes, on pourra utiliser un arbre de probabilité. Il conviendra alors de le représenter sur la copie.

2. Démontrer que la probabilité que Marie gagne est égale à $0,575$.

3. Déterminer la probabilité que Marie ait joué au niveau 2 sachant qu'elle a gagné la partie.
On donnera le résultat arrondi au centième.

EXERCICE 2 **7 points**

1. La courbe ci-dessous illustre l'évolution de la température en degrés Celsius d'une plaque chauffante en fonction du temps écoulé en secondes.



Déterminer graphiquement une valeur approchée de :

a. la température de la plaque au bout de cinq minutes ;

b. l'instant où la température de la plaque atteint 120 °C.

2. La fonction représentée à la question 1. est définie sur l'intervalle $[0\,;\,600]$ par :

$$f(t) = 600 - 576\mathrm{e}^{-0,001t}$$

a. On note f' la dérivée de la fonction f.
Calculer $f'(t)$ lorsque t appartient à l'intervalle $[0\,;\,600]$.

b. Étudier les variations de f sur l'intervalle $[0\,;\,600]$.

c. Recopier et compléter le tableau de valeurs ci-dessous en arrondissant au dixième.

t	180	181	182	183	184	185
$f(t)$						

d. En déduire l'instant, à la seconde près, où la température de la plaque atteint 120 °C.

e. Résoudre l'équation $f(t) = 120$ sur l'intervalle $[0\,;\,600]$ et vérifier que la valeur exacte de la solution est $1\,000\ln(1,2)$.

EXERCICE 3 — 8 points

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Entrée	:	n est un entier naturel non nul
Initialisation	:	Donner à A et B la valeur 1 et à K la valeur 0
Traitement	:	Tant que K < n, réitérer la procédure suivante
		donner à A la valeur 4A
		donner à B la valeur B + 4
		donner à K la valeur K +1
Sortie	:	Afficher A et B

1. Justifier que, pour $n = 2$, l'affichage obtenu est 16 pour A et 9 pour B.
Reproduire sur la copie et compléter le tableau suivant :

Valeur de n	1	2	3	4
Affichage pour A		16		
Affichage pour B		9		

2. Pour un entier naturel non nul quelconque n, l'algorithme affiche en sortie les valeurs des termes de rang n d'une suite géométrique et d'une suite arithmétique.
Donner le premier terme et la raison de chacune de ces suites.

Partie B

Voici quatre propositions :

$\mathscr{P}_1$: « Pour tout n entier naturel, $4^n > 4n+1$ »
$\mathscr{P}_2$: « Pour tout n entier naturel, $4^n \leqslant 4n+1$ »
$\mathscr{P}_3$: « Il existe au moins un entier naturel n tel que $4^n \leqslant 4n+1$ »
$\mathscr{P}_4$: « Il existe un unique entier naturel n tel que $4^n \leqslant 4n+1$ »

1. Pour chacune d'elles, dire sans justification si elle est vraie ou fausse.

2. L'une des trois dernières est la négation de la propriété $\mathscr{P}_1$. Laquelle ?

Partie C

1. Soit p un entier naturel non nul.

a. Développer et réduire $4(p+1)+1-4(4p+1)$.

b. En déduire l'inégalité $4(4p+1) > 4(p+1)+1$.

2. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Pour quelles valeurs de l'entier naturel n, a-t-on l'inégalité $4^n > 4n+1$?

TL spécialité Centres étrangers juin 2009

L'usage d'une calculatrice est autorisé — 3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**

En 2005, une enquête de l'INSEE a étudié les pratiques culturelles des français de 15 ans ou plus.
Dans la population étudiée, 48,3 % des individus sont des hommes.
Selon l'enquête 52 % des hommes et 42 % des femmes déclarent n'avoir lu aucun livre au cours de l'année écoulée.
(*Source : Insee, enquête permanente sur les conditions de vie, mise à jour* 09/2006)

On considère, au hasard, une personne de la population étudiée par l'enquête.
On note F l'évènement « la personne est une femme » et L l'évènement « la personne a lu au moins un livre au cours de l'année écoulée ».

Remarque :

Pour résoudre l'exercice, on peut s'aider d'un tableau ou d'un arbre.
Les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondis au millième.

1. Définir par une phrase l'évènement $\overline{L}$, évènement contraire de L et l'évènement $F \cap L$, intersection des évènements F et L.
2. Déterminer la probabilité de l'évènement F, noté $P(F)$, et la probabilité conditionnelle de l'évènement $\overline{L}$ sachant que F est réalisé, notée $P_F\left(\overline{L}\right)$.
3. Calculer la probabilité de l'évènement $F \cap L$.
4. Montrer que la probabilité de l'évènement « la personne considérée n'a lu aucun livre au cours de l'année écoulée » est égale à 0,468 3.
5. La personne considérée n'a lu aucun livre au cours de l'année écoulée. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?

EXERCICE 2 **4 points**

Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes

Pour chaque question, trois réponses sont proposées et une seule est correcte.
La réponse choisie sera écrite sur la copie. Aucune justification n'est demandée.
Barème : Pour chaque question, la réponse rapporte un point, une absence de réponse est notée 0, *une réponse fausse enlève* 0,5 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

1	Si un nombre entier naturel n admet pour diviseur 6 alors	3 divise n	12 divise n	n est un multiple de 18
2	Si $n \equiv -1$ (modulo 7) alors	$n \equiv 2$ (modulo 7)	$n \equiv 8$ (modulo 7)	$n \equiv 2008$(modulo 7)
3	Si un nombre entier naturel n est pair alors	$n+1$ est un nombre premier	en base 2, le chiffre des unités de n est égal à 0	en base 3, le chiffre des unités de n est égal à 0 ou 2
4	Le produit de trois nombres consécutifs est toujours	un nombre pair	un multiple de 5	un multiple de 4

EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, pourra être prise en compte dans l'évaluation.

La fonction f est définie pour tout nombre réel x de l'intervalle [2 ; 1] par

$$f(x) = x\text{e}^x - 1.$$

1. Montrer que la fonction dérivée f' de la fonction f est telle que, pour tout nombre réel x de $[-2\,;\,1]$, $f'(x) = \text{e}^x(1+x)$.
2. **a.** Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout réel x de $[-2\,;\,1]$.

   b. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-2\,;\,1]$.

   c. En vous appuyant sur le tableau de variations de la fonction f, justifier que, sur $[-2\,;\,1]$, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α et que cette solution appartient à l'intervalle $[0\,;\,1]$.
3. On considère l'algorithme suivant :

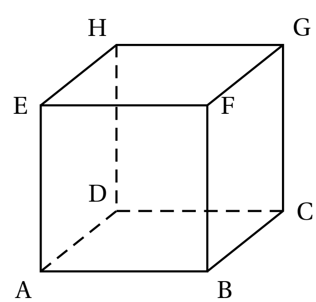
   Entrée : Introduire un nombre entier naturel n
   Initialisation : Affecter à N la valeur n.
   Affecter à a la valeur 0
   Affecter à b la valeur 1.
   Traitement : Tant que $b - a > 10^{-N}$
   Affecter à m la valeur $\dfrac{a+b}{2}$
   Affecter à P le produit $f(a) \times f(m)$
   Si $P > 0$, affecter à a la valeur de m.
   Si $P \leqslant 0$, affecter à b la valeur m.
   Sortie : Afficher a
   Afficher b.

   a. On a fait fonctionner cet algorithme pour $n = 2$. Compléter le tableau de l'annexe 1 donnant les différentes étapes.

   b. Cet algorithme détermine un encadrement de la solution α de l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$. Quelle influence le nombre entier n, introduit au début de l'algorithme, a-t-il sur l'encadrement obtenu ?

EXERCICE 4 — 6 points

Le dessin en Annexe 1 représente un solide en perspective parallèle.
Il est obtenu à partir d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH (figure ci-dessous) dont un coin a été coupé, les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments [AE], [EF] et [EH]. La face ABFE est un carré.



Remarque : Pour les dessins demandés, on laissera apparents les traits de construction.

Partie 1

1. On coupe le solide suivant un plan Q parallèle au plan (IJK) passant le milieu du segment [KH].

   On considère l'affirmation :

   « L'intersection du plan Q et du plan (FGH) est la droite parallèle à (KJ) passant par M ».

   Parmi les propriétés suivantes, indiquer celle qui permet de justifier cette affirmation et expliquer les raisons de ce choix.

   - Propriété 1 :
     Lorsque deux plans P et P$'$ sont parallèles, tout plan qui coupe P coupe P$'$ et les droites d'intersection sont parallèles.
   - Propriété 2 :
     Si une droite d est parallèle à une droite d$'$ contenue dans un plan P alors la droite d est parallèle au plan P.
   - Propriété 3 :
     P et P$'$ sont deux plans sécants suivant une droite (Δ). Si une droite d du plan P est parallèle à une droite d$'$ du plan P$'$ alors (Δ) est parallèle à d et à d$'$.

2. Construire sur la figure de l'annexe 1 la section du solide par le plan Q.

Partie 2

Le but de cette partie est de représenter en perspective centrale le parallélépipède rectangle ABCDEFGH et la section par le plan (IJK). Les faces ABCD et EFGH sont horizontales. La face ABFE est située dans le plan frontal.

Les images des points A, B, C, ... sont notées a, b, c, ... sur le dessin en perspective centrale.
La représentation en perspective centrale est commencée en Annexe 2. La droite Δ est la ligne d'horizon.

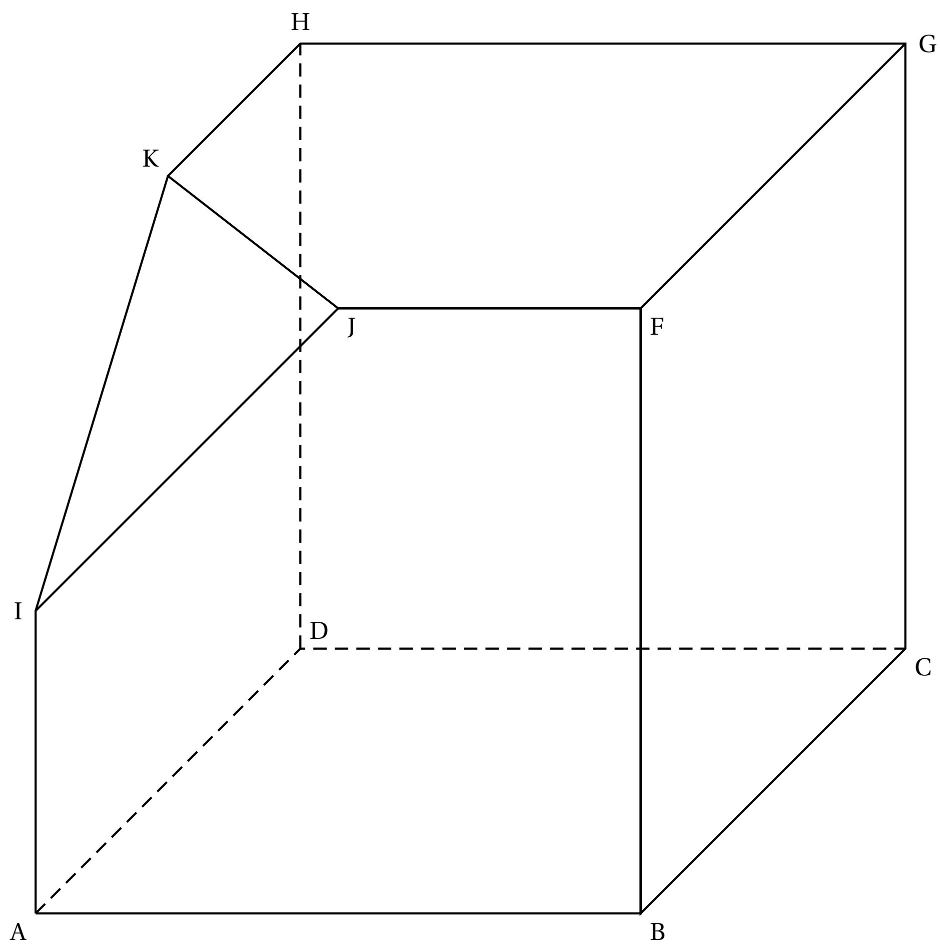
1. Expliquer pourquoi les droites (fg) et (bc) se coupent sur la ligne d'horizon et justifier que leur point d'intersection est le point de fuite principal.
2. Compléter sur l'Annexe 2 la représentation du parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
3. Placer le point i, image du milieu I de [AE].
4. Construire le point k, image du milieu K de [EH].
5. Tracer l'intersection de ce parallélépipède rectangle et du plan (IJK).

Annexe 1 (à rendre avec la copie)

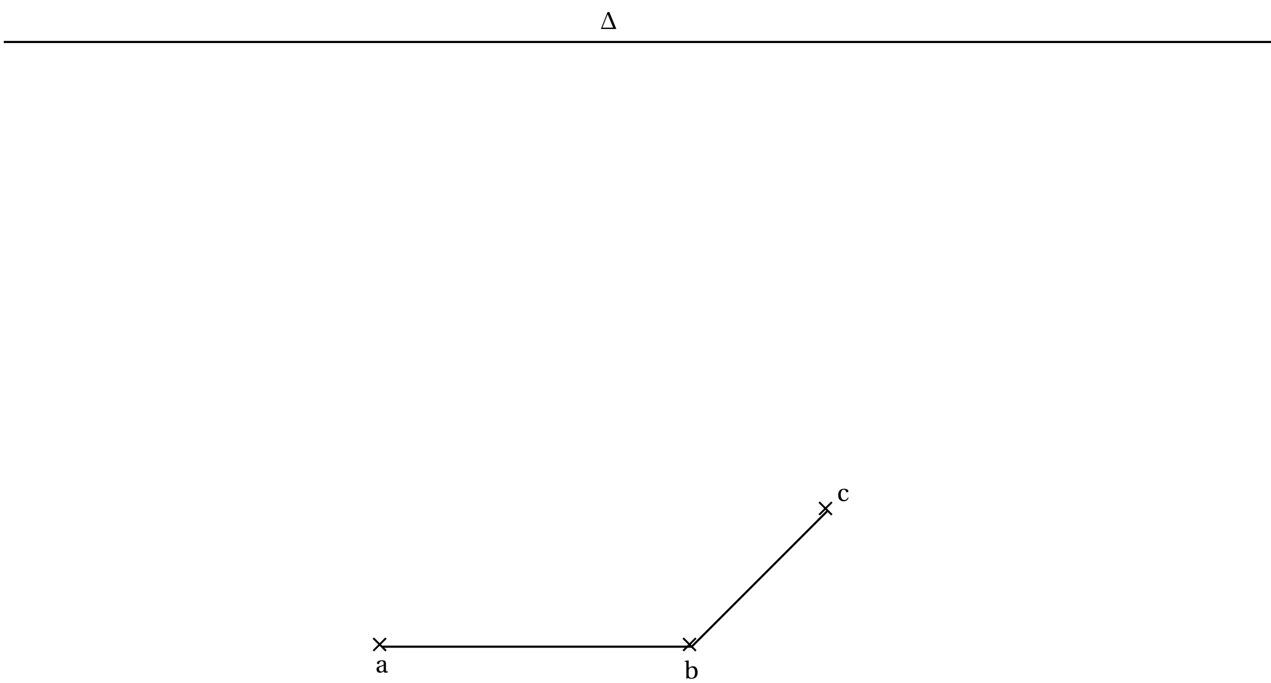
Exercice 3

	m	P	a	b	$b-a$
Initialisation			0	1	
Étape 1					
Étape 2					
Étape 3	0,625	−0,029 446 59	0,5	0,625	0,125
Étape 4	0,562 5	0,002 244 98	0,562 5	0,625	0,062 5
Étape 5	0,593 75	−0,000 960 45	0,562 5	0,593 75	0,031 25
Étape 6	0,578 125	−0,000 391 37	0,562 5	0,578 125	0,015 625
Étape 7	0,570 312 5	−0,000 112 22	0,562 5	0,570 312 5	0,007 812 5

Exercice 3



Annexe 2 (à rendre avec la copie)



∽ Baccalauréat L spécialité Liban juin 2009 ∾

L'usage d'une calculatrice est autorisé — 3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 — 4 points

Un supermarché organise une campagne publicitaire en offrant, à chaque client qui passe à la caisse, un ticket de jeu sur lequel il y a une grille de 28 cases.
Chaque grille contient 3 cases noires et 25 cases blanches réparties au hasard parmi les 28 cases ; la couleur de chaque case est cachée et il faut gratter la case pour la découvrir.
La règle du jeu est la suivante :

> Chaque joueur gratte deux cases de la grille ;
> s'il découvre deux cases noires, il gagne un bon d'achat de 10 € ;
> s'il ne découvre qu'une seule case noire, il gagne un bon d'achat de 2 € ; sinon il ne gagne rien.

On appelle N_1, N_2, B_1 et B_2 les évènements suivants :

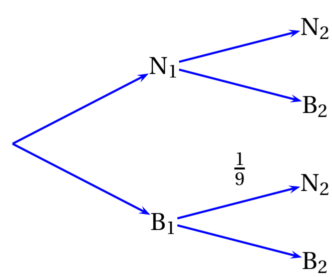
> N_4 : « la première case grattée est noire »,
> N_2 : « la deuxième case grattée est noire »,
> B_1 : « la première case grattée est blanche »,
> B_2 : « la deuxième case grattée est blanche ».

Sauf pour la question 2, il est demandé de justifier la réponse à chaque question. Les probabilités demandées seront données sous la forme de fractions irréductibles.

1. **a.** Un client gratte au hasard une première case.
   Quelle est la probabilité qu'il découvre une case blanche ?

   b. Un client a découvert une case blanche en grattant la première case.
   Démontrer que la probabilité qu'il découvre une case noire en grattant la seconde case est égale à $\dfrac{1}{9}$.

2. Recopier sur la copie et compléter l'arbre de probabilité suivant (on ne demande pas de justification).



Soit E l'évènement « le client a gagné un bon d'achat de 10 € » et F l'évènement « le client a gagné un bon d'achat de 2 € ».
Quelle est la probabilité de E ?
Démontrer que la probabilité de F est égale à $\dfrac{25}{126}$.

EXERCICE 2 — 6 points

On considère l'algorithme suivant :

Entrée	:	N est un entier naturel
Initialisation	:	Donner à P la valeur 0
		Donner à U la valeur 4
		Donner à S la valeur 4
Traitement	:	Tant que $P < N$
		Donner à P la valeur $P+1$
		Donner à U la valeur $4+2P$
		Donner à S la valeur $S+U$
Sortie	:	Afficher S

1. Faire fonctionner l'algorithme pour $N = 5$.

On fera apparaître les différentes étapes du déroulement de l'algorithme dans un tableau comme ci-dessous à reproduire sur la copie.

	Valeur de P	Valeur de U	Valeur de S
Initialisation	0	4	4
Étape 1	1	6	10
Étape 2	2		
… … …			
Affichage			

2. On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$U_{n+1} = U_n + 2 \quad \text{et} \quad U_0 = 4.$$

a. Calculer U_1, U_2 et U_3.

b. Soit p un nombre entier naturel.
Donner, en fonction de p, la valeur de U_p. Calculer U_{21}.

3. On fait fonctionner l'algorithme pour $N = 20$, la valeur affichée par S est alors 504.

Quelle est la valeur affichée par S si on fait fonctionner l'algorithme pour $N = 21$?

4. On fait fonctionner l'algorithme pour un entier naturel N quelconque.
Exprimer la valeur affichée S à l'aide des termes de la suite (U_n).

EXERCICE 3 — 5 points

On considère la fonction T définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par :

$$T(x) = 40\mathrm{e}^{-0,1x} + 20$$

1. Calculer $T(0)$.

2. On désigne par T' la fonction dérivée de T.

a. pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, calculer $T'(x)$.

b. En déduire que la fonction est décroissante sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

3. Résoudre dans l'intervalle $[0 ; +\infty[$ l'équation $T(x) = 30$.

4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

La température du circuit de refroidissement par eau d'une machine est régulée par un système qui se déclenche quand la température de l'eau atteint 60 degrés Celsius et cesse de fonctionner dès qu'elle atteint 30 degrés Celsius.

On admet que la température de l'eau, en degrés Celsius, x secondes après le déclenchement du système est égale à $T(x)$.

Quelle est la durée de la phase de refroidissement du circuit ? On arrondira à la seconde.

EXERCICE 4 **5 points**

Dans une salle d'un musée, les œuvres d'art sont présentées à l'intérieur de pavés droits en plexiglas. Chaque pavé droit est posé sur sa base carrée et recouvre quatre carreaux carrés du sol.

On laissera apparents, dans tout l'exercice. tous les traits de construction et repassera en couleur les représentations demandées.

1. On a représenté en **annexe 1**, le dessin en perspective cavalière du pavé MNOPQRST en plexiglas posé sur le sol.

   Le point L représente l'endroit où se trouve la source lumineuse et le point R$'$ est l'ombre du sommet R sur le sol.

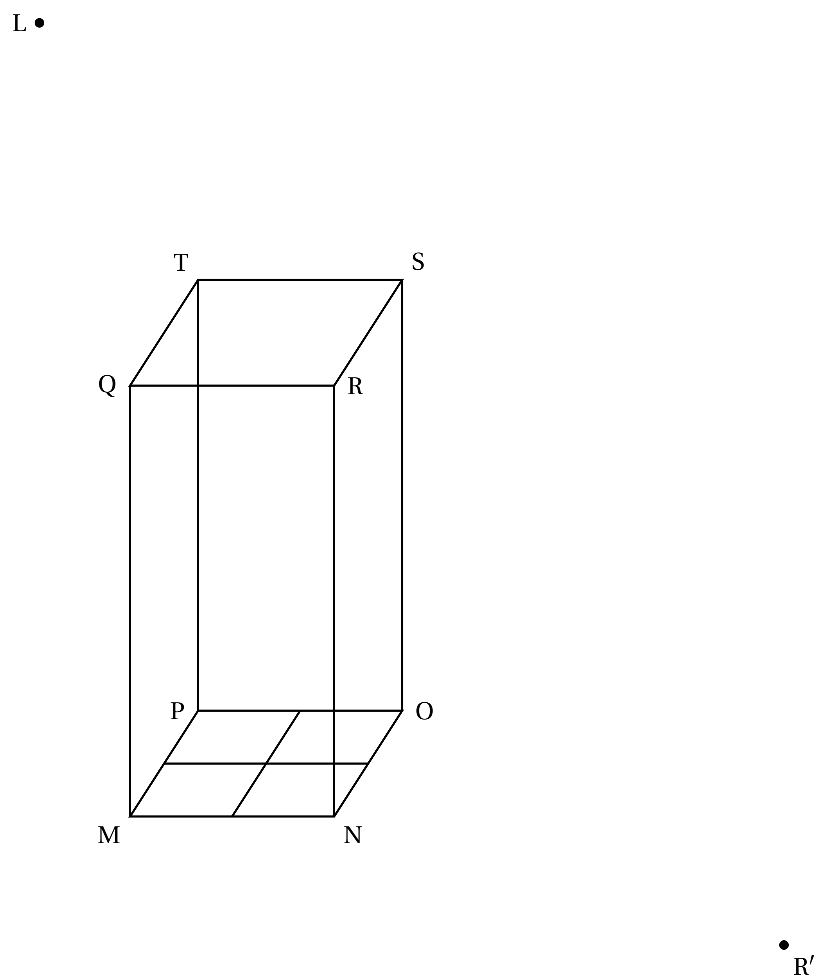
   Terminer le dessin de l'ombre du pavé en plexiglas sur le sol. On fera apparaître l'ombre de chacune des arêtes du pavé.
2. En **annexe 2**, on a donné les représentations $[mn]$ et $[mq]$ en perspective centrale des arêtes [MN] et [MQ] du pavé en plexiglas, situées dans un plan frontal. Le point ω est le point de fuite principal et le point d_1 un point de distance.

   a. Terminer, sur l'annexe 2, la représentation du carrelage situé sous le pavé.

   b. Représenter le pavé.

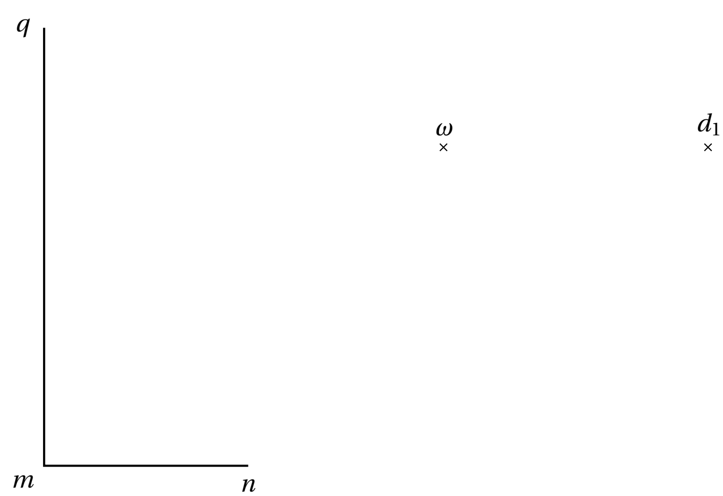
ANNEXE 1

Cette annexe est à rendre avec la copie



ANNEXE 2

Cette annexe est à rendre avec la copie



∽ Baccalauréat L spécialité Métropole–La Réunion ∾ 19 juin 2009

L'usage d'une calculatrice est autorisé 3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

EXERCICE 1 **5 points**

Quatre affirmations sont données ci-dessous. Dire si chacune de ces quatre affirmations est vraie ou fausse. Justifier chaque réponse.

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = \left(1 + x^2\right)\text{e}^x$ pour tout nombre réel x.
   Affirmation n° 1 : La courbe représentative de f est toujours située au-dessus de l'axe des abscisses .
2. Soit g la fonction définie par $g(x) = 2x - \dfrac{1}{x+1}$ pour tout x de $]-1\,;\,+\infty[$.
   On note $(\mathcal{C})$ la courbe représentative de g et A le point de $(\mathcal{C})$ d'abscisse 0.
   Affirmation n° 2 : La tangente à $(\mathcal{C})$ en A a pour équation $y = 2x - 1$.
3. Soit deux évènements A et B. $\overline{A}$ désigne l'évènement contraire de A. On suppose que la probabilité de A est égale à 0,4 et que la probabilité de l'évènement $\overline{A} \cap B$ est égale à $0,12$.
   Affirmation n° 3 : La probabilité de B sachant que $\overline{A}$ est réalisé est égale à $0,2$.
4. On lance deux dés cubiques équilibrés et on lit la somme des résultats des faces supérieures.
   Affirmation n° 4 : La probabilité d'obtenir une somme égale à 5 est égale à $\dfrac{5}{36}$.

EXERCICE 2 **4 points**

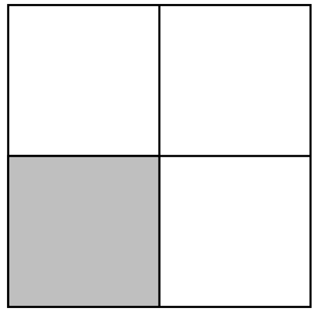
Dans cet exercice, on s'intéresse à la propriété « le nombre $3^{2n} - 2^n$ est divisible par 7 », où n est un nombre entier naturel.

1. **a.** Existe-t-il un nombre entier naturel n pour lequel cette propriété est vraie ? Justifier.
   b. Quel est le reste de la division euclidienne de 3^2 par 7 ?
2. **a.** Montrer que, pour tout nombre entier naturel n,
   $$9\left(3^{2n} - 2^n\right) + 7 \times 2^n = 3^{2(n+1)} - 2^{n+1}.$$
   b. En utilisant l'égalité précédente démontrer que, si pour un certain entier naturel n, $3^{2n} - 2^n$ est divisible par 7, alors $3^{2(n+1)} - 2^{n+1}$ est aussi divisible par 7.
3. **Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.**
   Le nombre $3^{2n} - 2^n$ est-il toujours divisible par 7, quel que soit le nombre entier naturel n ?

EXERCICE 3 **6 points**

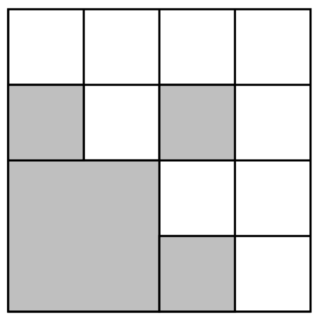
On effectue un coloriage en plusieurs étapes d'un carré de côté de longueur 2 cm.

Première étape du coloriage :
On partage ce carré en quatre carrés de même aire et on colorie le carré situé en bas à gauche comme indiqué sur la figure ci-dessous (la figure n'est pas en vraie grandeur).



Deuxième étape du coloriage :

On partage chaque carré non encore colorié en quatre carrés de même aire et on colorie dans chacun, le carré situé en bas à gauche, comme indiqué sur la figure ci-dessous.



On poursuit les étapes du coloriage en continuant le même procédé.

Pour tout entier naturel n, supérieur ou égal à 1, on désigne par A_n l'aire, exprimée en cm^2, de la surface totale coloriée après n coloriages.
On a ainsi $A_1 = 1$.
La surface coloriée sur la figure à la 2e étape du coloriage a donc pour aire A_2.

Les deux parties suivantes A et B de cet exercice peuvent être traitées de manière indépendante.

Partie A

1. Calculer A_2 puis montrer que $A_3 = \dfrac{37}{16}$.

2. On considère l'algorithme suivant :

Entrée :	P un entier naturel non nul.
Initialisation :	N = 1 ; U = 1.
Traitement :	Tant que N $\leqslant$ P : Afficher U Affecter à N la valeur N + 1 Affecter à U la valeur $\dfrac{5}{4} \times \text{U} + \dfrac{1}{2}$

a. Faire fonctionner cet algorithme avec P = 3.

b. Cet algorithme permet d'afficher les P premiers termes d'une suite U de terme général U_n.

Dire si chacune des deux propositions suivantes est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

Proposition 1 : Il existe un entier naturel n strictement supérieur à 1 tel que $U_n = A_n$.
Proposition 2 : Pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, $U_n = A_n$.

Partie B

On admet que, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, $A_{n+1} = \frac{3}{4}A_n + 1$.

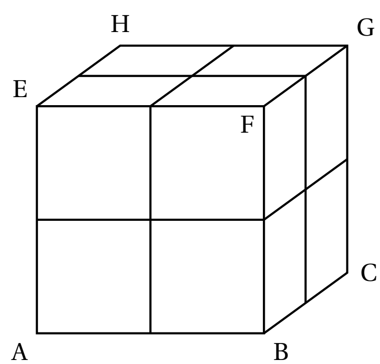
1. On pose pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $B_n = A_n - 4$.
   a. Calculer B_1.
   b. Montrer que pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $B_{n+1} = \frac{3}{4}B_n$.
   c. Quelle est la nature de la suite (B_n) ?
   d. Exprimer, pour tout entier n supérieur ou égal à 1, le terme général B_n de la suite (B_n) en fonction de n.
2. Quel est le comportement de A_n lorsque n tend vers $+\infty$? Justifier la réponse. Donner une interprétation de ce résultat en rapport avec l'aire de la surface coloriée.

EXERCICE 4 **5 points**

Dans tout l'exercice, A, B, C, D, E, F, G et H sont les sommets d'un cube opaque dont la face ABCD est posée sur le sol.

Trois dessins sont donnés en annexes. Ils correspondent aux trois questions de l'exercice qui sont indépendantes. Ces dessins sont à compléter au fur et à mesure de la résolution de l'exercice et à rendre avec la copie. On laissera apparents les traits de construction.

1. Le dessin n° 1 donné en annexe est la représentation en perspective parallèle du cube ABCDEFGH. Ce cube est éclairé par le soleil suivant la direction indiquée par l'ombre E′ du sommet E. Compléter ce dessin par l'ombre de ce cube sur le sol, les rayons du soleil étant considérés parallèles. On repassera en couleur le dessin fini de l'ombre au soleil du cube pour en améliorer la lisibilité.
2. On veut construire sur le dessin n° 2 la représentation en perspective centrale du cube ABCDEFGH, l'arête [BF] étant dans le plan frontal. Les images des sommets A, B, C,... sont désignées par les lettres minuscules a, b, c, ...
   On a tracé la ligne d'horizon (Δ) et la diagonale [ac] qui est parallèle à la ligne d'horizon.
   a. Construire les points de distance d_1 et d_2.
   b. Terminer la représentation en perspective centrale du cube en repassant le dessin en couleur pour en améliorer la lisibilité.
3. On entoure ce cube d'une ficelle passant par les milieux des arêtes comme indiqué sur le dessin ci-dessous.

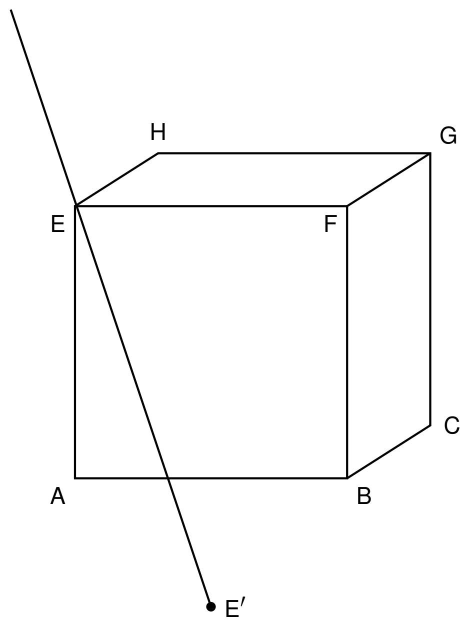


Le dessin n^{o} 3 est la représentation en perspective centrale du cube ABCDEFGH, la face ABFE étant placée dans un plan frontal. (Δ) est la ligne d'horizon.

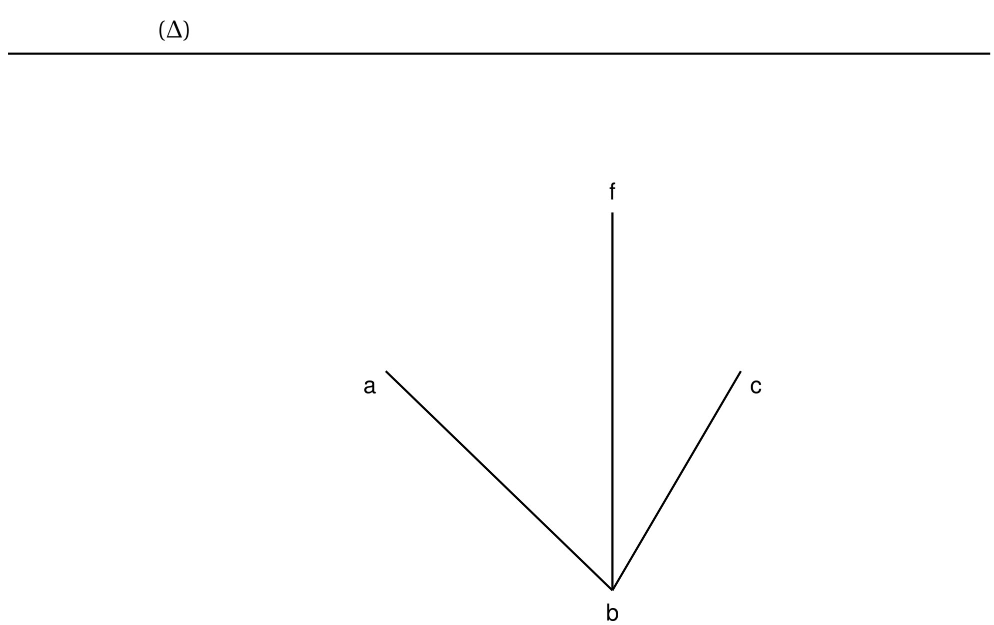
Compléter le dessin n^{o} 3 par une représentation de cette ficelle.

Annexe 1 (à compléter et à rendre avec la copie)

Dessin n° 1

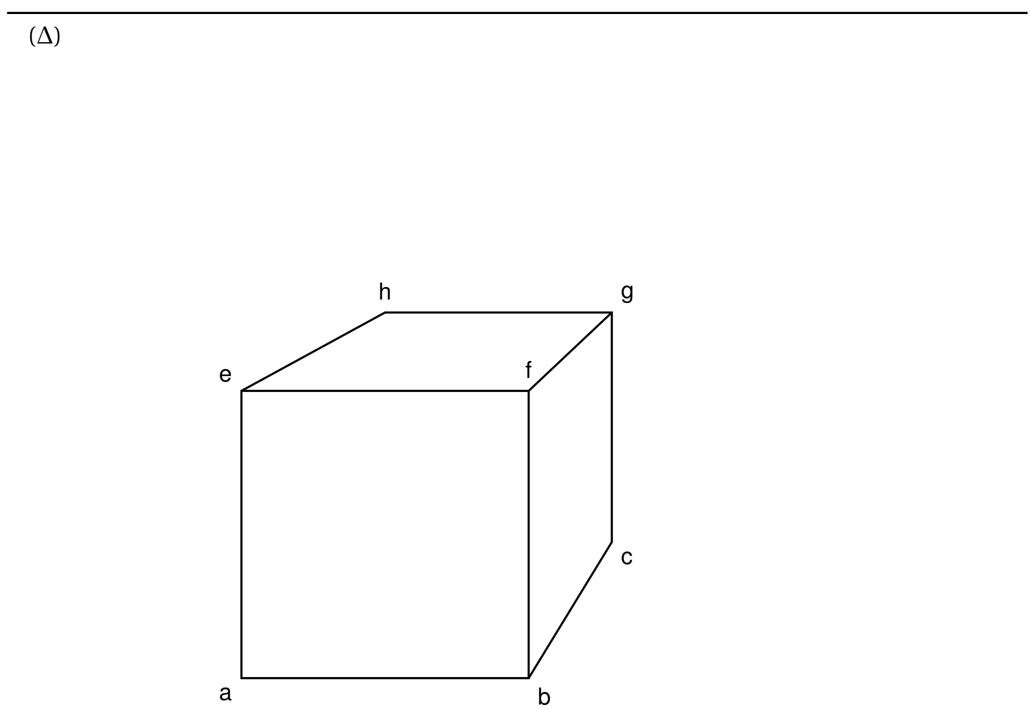


Dessin n° 2



Annexe 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

Dessin n° 3



Baccalauréat TL-Enseignement de spécialité Polynésie juin 2009

EXERCICE 1 **5 points**

On a réalisé une étude auprès d'une population étudiante d'une grande ville. Cette étude a permis d'établir que 60 % des étudiants lisent un quotidien et que 50 % des étudiants lisent un hebdomadaire. Parmi les étudiants lisant un quotidien, 75 % lisent un hebdomadaire.
On choisit au hasard un étudiant de cette ville.
On note Q l'évènement « l'étudiant lit un quotidien » et H l'évènement « l'étudiant lit un hebdomadaire ».

On pourra s'aider d'un tableau pour traiter l'exercice.
Dans tout l'exercice, on donnera les solutions sous forme de fractions irréductibles.

1. Calculer la probabilité de l'évènement « l'étudiant lit un quotidien et lit un hebdomadaire ».
2. Montrer que la probabilité de l'évènement « l'étudiant lit un hebdomadaire et ne lit pas de quotidien » est égale à $\dfrac{1}{20}$.
3. Calculer la probabilité de l'évènement « l'étudiant lit un hebdomadaire ou lit un quotidien ».
4. Calculer la probabilité que l'étudiant lise un quotidien sachant qu'il ne lit pas d'hebdomadaire.
5. Les événements Q et H sont-ils indépendants ?

EXERCICE 2 **5 points**

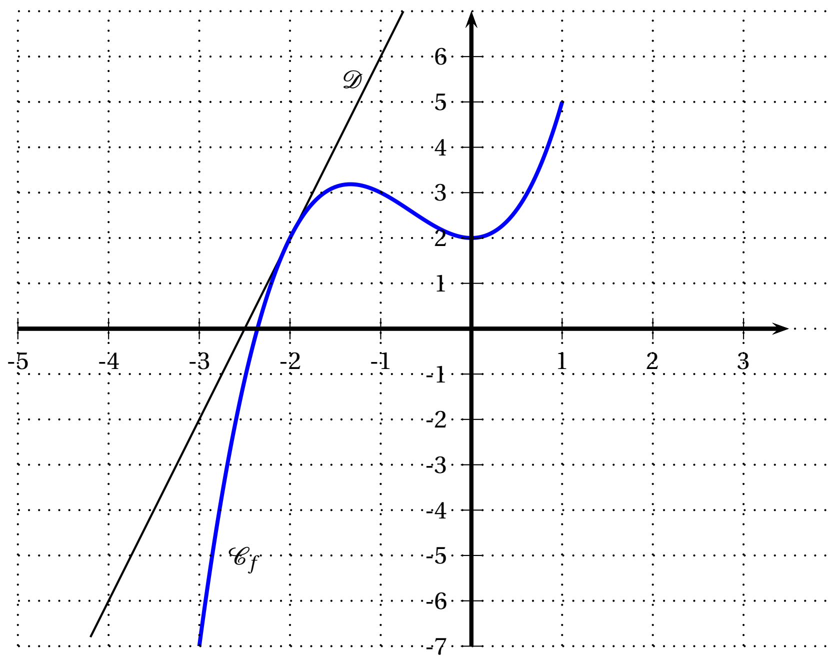
Pour tout nombre entier naturel n, on pose $A(n) = 5^n - 1$.
Le but de l'exercice est d'étudier la divisibilité de $A(n)$ par 13.

1. Calculer $A(2)$, $A(3)$, $A(4)$. Sont-ils divisibles par 13 ?
2. On considère l'algorithme suivant :
   ENTRÉE : Saisir un nombre entier naturel non nul N.
   INITIALISATION : Affecter à m la valeur N.
   TRAITEMENT : Tant que $m > 6$ affecter à m la valeur $m - 13$.
   SORTIE : Afficher m.
   a. Faire fonctionner l'algorithme avec $N = 25$ puis $N = 125$.
   b. Qu'obtiendrait-on en sortie si on faisait fonctionner cet algorithme avec $N = 5^4$?
3. **a.** Démontrer que, pour tout nombre entier naturel k :
   $5^{4k} \equiv 1$ modulo 13
   $5^{4k+1} \equiv 5$ modulo 13
   $5^{4k+2} \equiv -1$ modulo 13
   $5^{4k+3} \equiv -5$ modulo 13
   b. Application : Quel est le reste dans la division euclidienne de $5^{2009} - 1$ par 13 ?
   c. Pour quelles valeurs de l'entier n, l'entier $A(n)$ est-il divisible par 13 ?

EXERCICE 3 — 4 points

Cet exercice est un QCM. Pour chaque question, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte.
Les questions sont indépendantes, on n'enlèvera pas de point en cas de réponse fausse.
Pour chaque question, recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

1. Sur le graphique ci-dessous sont représentées :
   — la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-3 ; 1]$;
   — la tangente $\mathscr{D}$ à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -2.



   a. $f'(-2) = 2$ **b.** $f'(-2) = 4$ **c.** $f(0) = -2,5$ **d.** $f(-2,5) = 0$

2. La fonction g, définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$, a pour dérivée la fonction g' définie sur $\mathbb{R}$ par :

   a. $g'(x) = 1$ **b.** $g'(x) = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$ **c.** $g'(x) = \dfrac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$ **d.** $g'(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$

3. La fonction h, définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = e^{2x} + 7e^x + 6$. L'image de $\ln 3$ par h est :

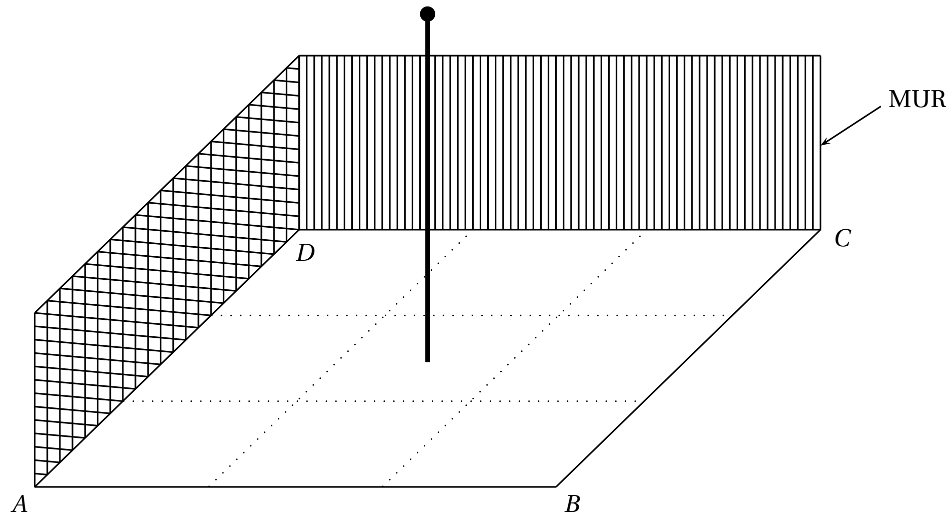
   a. $h(\ln 3) = 6$ **b.** $h(\ln 3) = 30 + e^2$ **c.** $h(\ln 3) = 0$ **d.** $h(\ln 3) = 36$

4. On note S l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $\ln(x+2) \leqslant 1$. On a :

   a. $S =]-2 ; e-2]$ **b.** $S =]-\infty ; e-2]$ **c.** $S = [e-2 ; +\infty[$ **d.** $S = [-2 ; e-2[$

EXERCICE 4 — 6 points

On a représenté en perspective cavalière un terrain de jeu carré horizontal et limité par deux murs verticaux. Le sol est pavé de dalles carrées et un lampadaire est positionné verticalement au centre du terrain.



L'objectif de l'exercice est de représenter ce terrain en perspective centrale.
Toutes les constructions seront faites sur la feuille Annexe.
Le dessin devra être soigné et tous les traits de construction seront laissés apparents.

Sur la feuille annexe sont tracés :

— le segment $[ab]$ représentant le côté $[AB]$;
— la ligne d'horizon, le point de fuite principal ω et un point de distance δ.

On précise que la droite (ab) est parallèle à la ligne d'horizon.

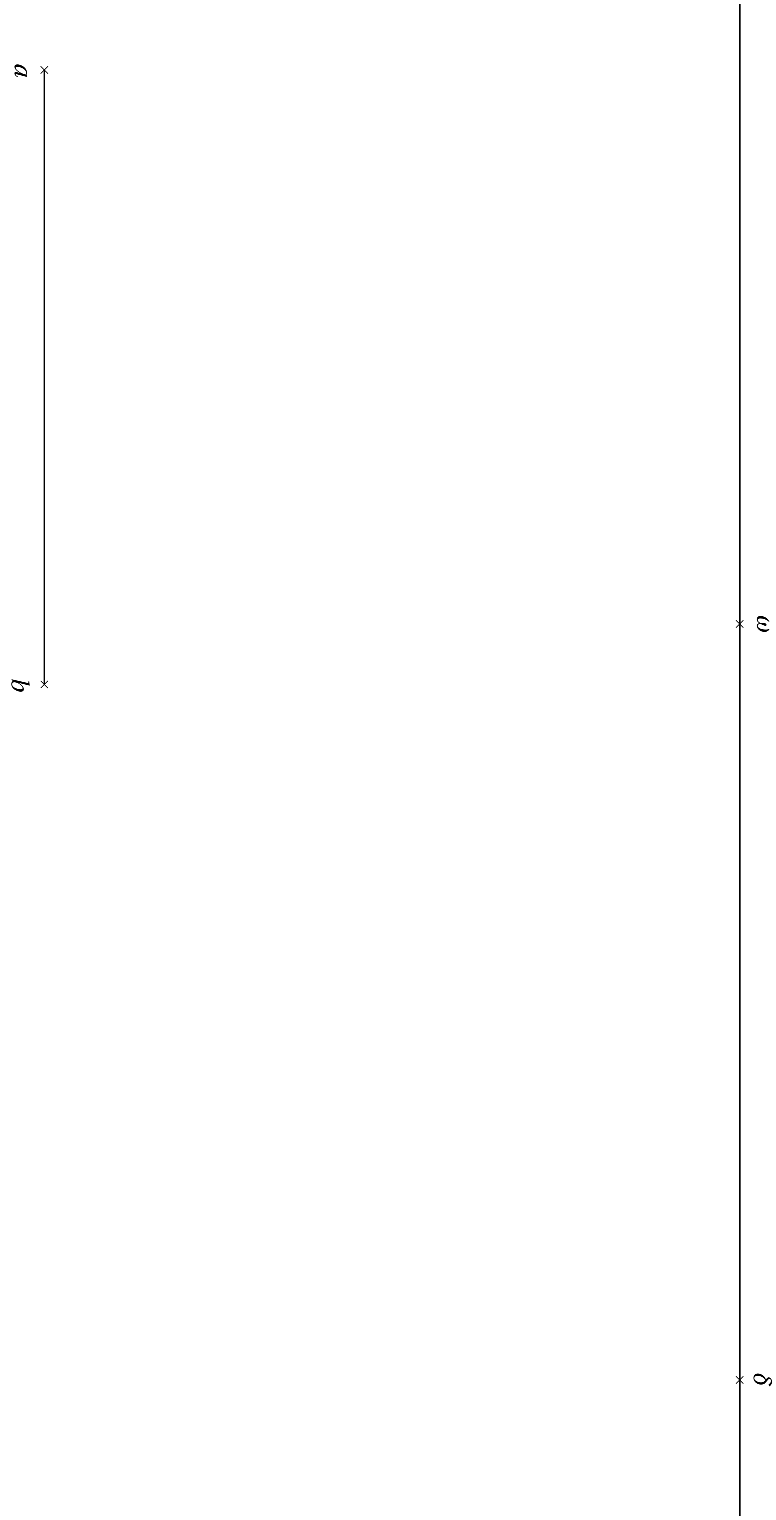
1. Justifier que les droites (AD) et (BC) ont le même point de fuite.
Est-ce le point de fuite principal ? Si oui, pourquoi ?

2. Sur la feuille annexe, compléter la figure en représentant le sol du terrain ainsi que son pavage.

3. Sachant que la hauteur des murs est le tiers de la longueur du côté du terrain, représenter les murs.

4. Sachant que la hauteur du lampadaire est le double de la hauteur de celle du mur, représenter le lampadaire.

Feuille Annexe à rendre avec la copie



Baccalauréat L spécialité Antilles–Guyane septembre 2009

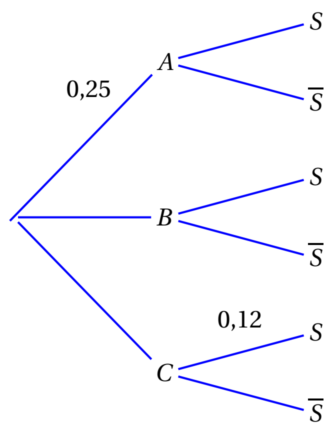
L'utilisation d'une calculatrice est autorisée 3 heures

EXERCICE 1 **5 points**

Un laboratoire cherche à tester l'apparition d'éventuels effets secondaires liés à la prise d'un médicament. Pour cela, il sélectionne un échantillon de personnes en bonne santé parmi lesquelles 25 % ont entre 18 et 24 ans, 50 % ont entre 25 et 49 ans et 25 % ont 50 ans et plus. Suite à la prise de ce médicament, 9 % des personnes ayant entre 18 et 24 ans, 7 % des personnes ayant entre 25 et 49 ans et 12 % des 50 ans et plus ont vu apparaître des effets secondaires.
On choisit au hasard une personne ayant participé à ce test. On note :

A l'évènement « la personne a entre 18 et 24 ans » ;
B l'évènement « la personne a entre 25 et 49 ans » ;
C l'évènement « la personne a 50 ans ou plus » ;
S l'évènement « la personne a vu apparaître des effets secondaires suite à la prise du médicament ».
$\overline{S}$ est l'évènement contraire de S.

1. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités suivant :



2. Calculer la probabilité de l'évènement $A \cap S$.
3. Montrer que la probabilité de choisir une personne ayant vu apparaître des effets secondaires est égale à 0,087 5.
4. On choisit une personne n'ayant pas vu d'effets secondaires liés à la prise de ce médicament.

   Quelle est la probabilité qu'elle ait entre 18 et 24 ans ? On arrondira la réponse à 10^{-4} près.

EXERCICE 2 **4 points**

Pour chacune des questions suivantes une et une seule réponse est exacte. On indiquera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte. Aucune justification n'est attendue.
Chaque bonne réponse rapporte 1 *point ; une mauvaise réponse enlève* 0,5 *point ; une absence de réponse vaut* 0 *pour la question. Si le total de l'exercice ainsi calculé est négatif, il est ramené à* 0.

1. Dans l'ensemble des nombres réels, la solution de l'équation $\ln(2x+1) = 3$ est :

a. $x = \dfrac{e^3}{2}$ **b.** $x = -1$ **c.** $x = \dfrac{e^3 - 1}{2}$

2. Soit x un nombre réel. L'expression $\dfrac{e^{3x+1} \times e^{2x}}{e^{x+2}}$ peut aussi s'écrire :

a. e^{4x-1} **b.** e^{4x+3} **c.** e^{6x^2+x-2}

3. La fonction dérivée de la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels par $f(x) = 3xe^x$ est :

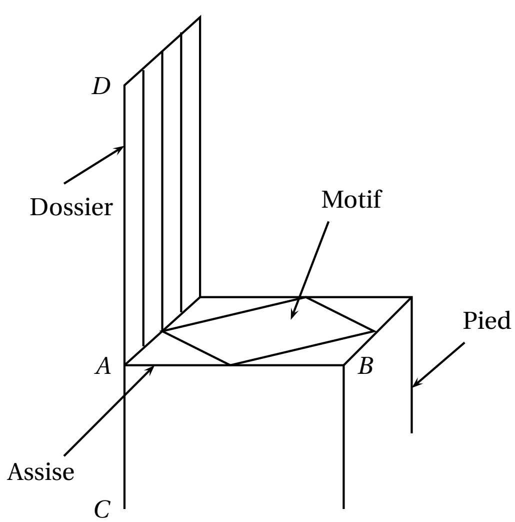
a. $f'(x) = 3e^x$ **b.** $f'(x) = 3e^{x-1}$ **c.** $f'(x) = 3(x+1)e^x$

4. Soit x un nombre réel. L'expression $\ln\left(25e^x\right) + \ln\left(\dfrac{5}{e}\right)$ peut aussi s'écrire :

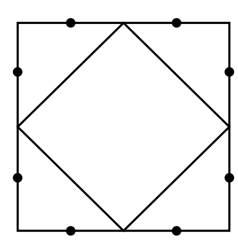
a. $x - 1\ln 30$ **b.** $x - 1 + 3\ln 5$ **c.** $25x + 5$

EXERCICE 3 **5 points**

La chaise ci-dessous, posée sur le sol, est représentée en perspective parallèle. Le but de cet exercice est de la représenter en perspective centrale. Son assise est un carré situé dans un plan parallèle au sol avec un motif également détaillé ci-dessous. Le dossier rectangulaire, situé dans un plan vertical perpendiculaire au plan du tableau, est constitué de cinq barreaux verticaux espacés régulièrement.
Les quatre pieds sont verticaux et de même longueur.



Chaise



Assise avec motif du dessus

Partie A

Justifier que les deux figures présentées en **annexe 1**, à rendre avec la copie, ne peuvent pas être des représentations en perspective centrale de la chaise. On énoncera chaque fois clairement au moins une des règles de la perspective centrale non respectée que l'on illustrera sur la figure.

Partie B

La figure donnée en annexe 2 et à rendre avec la copie est le début de la représentation de la chaise en perspective centrale. On donne la ligne d'horizon h, le point de fuite principal F et les deux points de distance F_1 et F_2.
On a noté $a,\ b,\ c$ et d les images des points $A,\ B,\ C$ et D dans cette perspective.
Terminer la représentation de cette chaise. On laissera apparents tous les traits de construction.

EXERCICE 4 **6 points**

Lorsqu'on communique un numéro de téléphone, il peut aisément s'y glisser des erreurs. Pour éviter et corriger de telles erreurs, le système suivant est proposé : on considère qu'un numéro de téléphone du type 01 23 45 67 89 est un nombre à 10 chiffres que l'on écrira $x_1x_2x_3x_4x_5x_6x_7x_8x_9x_{10}$, où x_i représente un chiffre compris entre 0 et 9.
On décide de n'attribuer que des numéros vérifiant les deux propriétés suivantes :
(propriété 1) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} \equiv 0$ (modulo11
(propriété 2) $1x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 + 6x_6 + 7x_7 + 8x_8 + 9x_9 + 10x_{10} \equiv 0$ (modulo11)

Partie A

1. Les numéros 01 23 45 67 89 et 06 39 21 17 04 peuvent-ils être attribués avec ce système ?
2. Pierre communique oralement à Fanny un numéro de téléphone attribué avec ce système. Mais cette dernière n'entend pas le 5^{e} chiffre. Par contre, elle est certaine de tous les autres.

   Elle a noté 01 15 a1 33 19.

   Déterminer le chiffre manquant a.

Partie B

On considère le numéro 02 22 22 22 22.

1. Vérifier que ce numéro ne peut pas être un numéro attribué avec le système précédent.

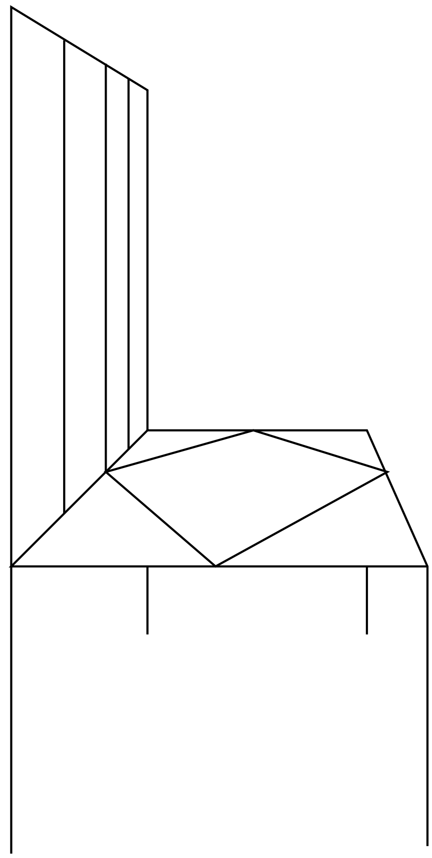
   On suppose que le zéro est correct et qu'un seul des 9 autres chiffres a mal été retranscrit. On va chercher la valeur k de ce chiffre mal retranscrit ainsi que sa position.

2. **a.** Prouver que $k + 5 \equiv 0$(modulo11).

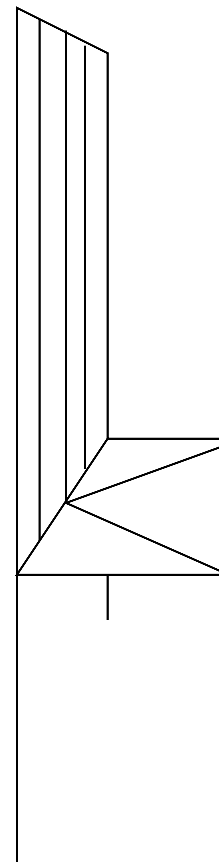
   b. En déduire la valeur de k.
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   Rechercher la position de k et donner le bon numéro de téléphone.

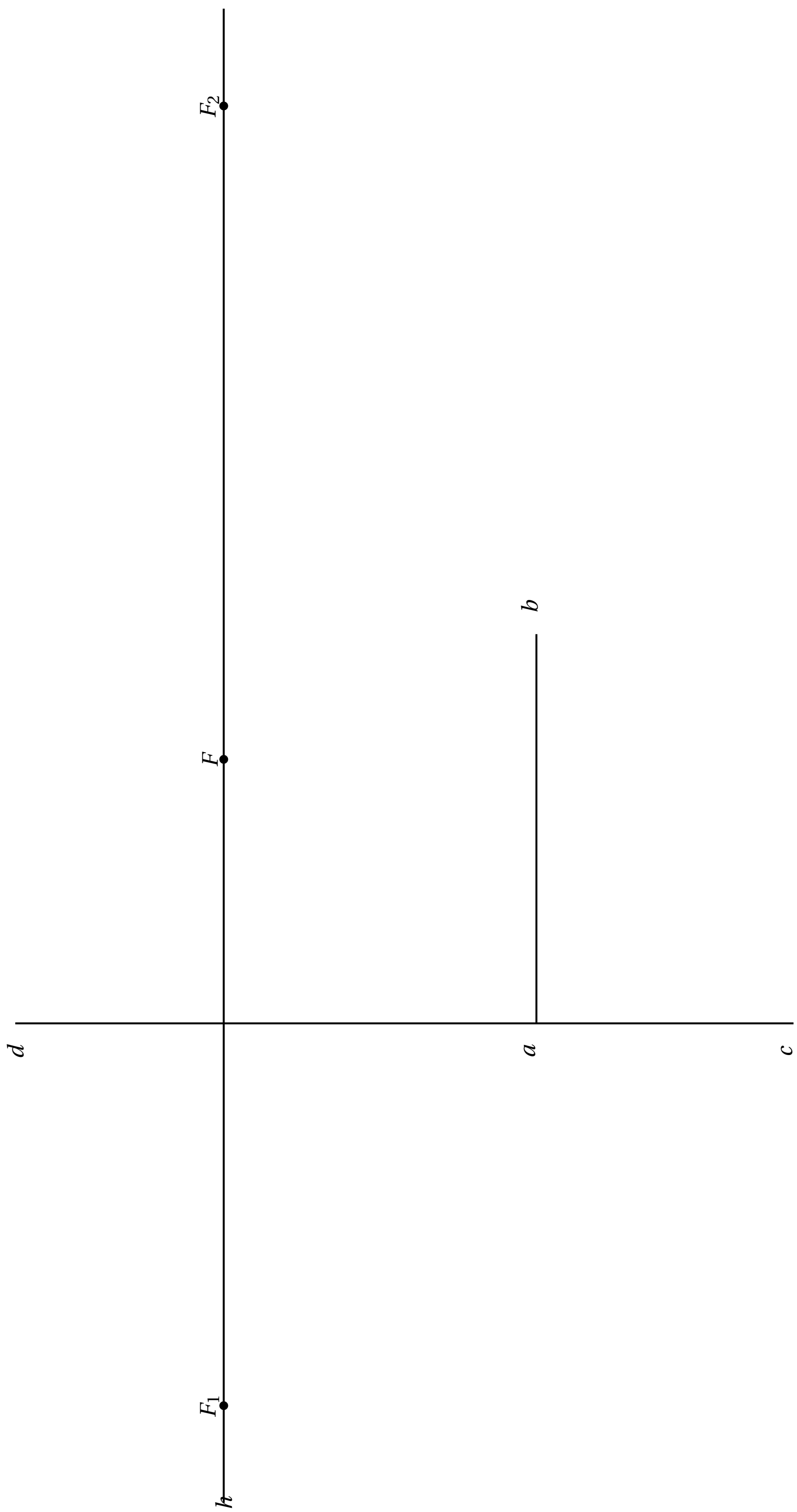
figure 1



figure



Annexe 2 à rendre avec la copie



Baccalauréat L Enseignement de spécialité
Métropole septembre 2009

EXERCICE 1 **5 points**

Une municipalité décide de regrouper tous les ouvrages de trois petites bibliothèques de quartier en un même lieu et de créer une bibliothèque municipale. On convient de noter b_1, b_2 et b_3 ces trois bibliothèques de quartier.
Le stock de b_1 constituera ainsi 50 % de l'ensemble des ouvrages réunis dans la bibliothèque municipale, celui de b_2 constituera 30 % de cet ensemble et celui de b_3 constituera 20 % de cet ensemble.

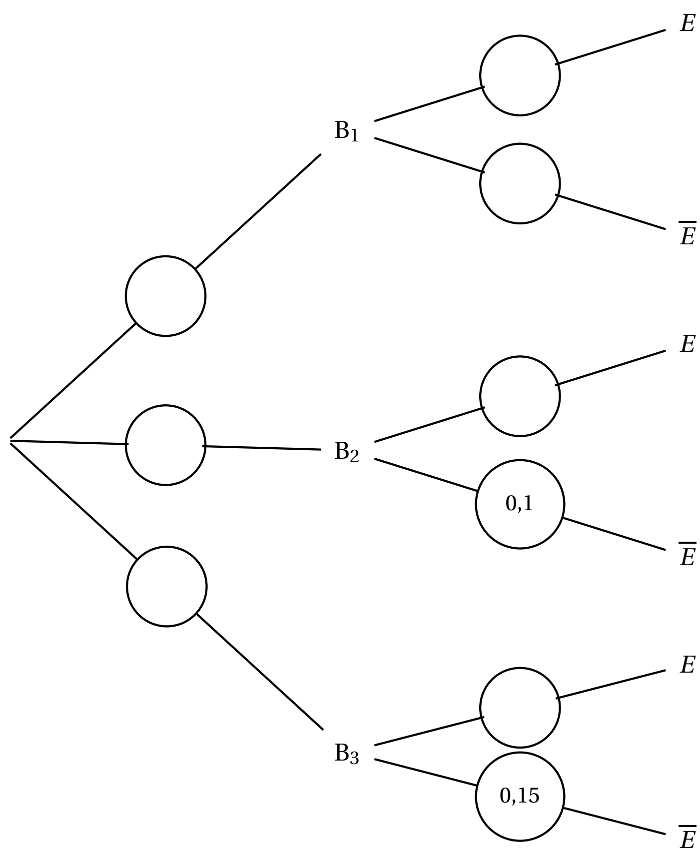
Un examen minutieux du stock révèle que :

- 12 % des ouvrages provenant de b_1 sont en mauvais état ;
- 10 % des ouvrages provenant de b_2 sont en mauvais état ;
- 15 % des ouvrages provenant de b_3 sont en mauvais état.

On prélève au hasard un ouvrage dans le stock de la bibliothèque municipale et on note sa provenance et son état.
On appelle les événements suivants :

B_1 l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque b_1 » ;
B_2 l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque b_2 » ;
B_3 l'évènement : « L'ouvrage prélevé provient de la bibliothèque b_3 » ;
E l'évènement : « L'ouvrage prélevé est en bon état » et $\overline{E}$ son contraire.

1. Donner la valeur de $p(B_1)$, probabilité de l'évènement B_1, ainsi que celle de $P_{B_1}(E)$, probabilité de l'évènement E sachant que l'événement B_1 est réalisé.
2. Reproduire sur la copie l'arbre de probabilité ci-dessous et le compléter par les sept probabilités manquantes (aucune justification n'est attendue).



3. [a)]

Montrer que $p(B_1 \cap E) = 0,44$. Calculer $p(B_2 \cap E)$ et $p(B_3 \cap E)$.

b. En déduire que la probabilité qu'un ouvrage prélevé au hasard soit en bon état est égale à 0,88.

4. Les événements B_1 et E sont-ils indépendants ?

5. Caractériser par une phrase l'évènement $B_1 \cup E$ puis calculer sa probabilité.

EXERCICE 2 **5 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;~2]$ par :
[f(x) = x + $\ln(x)$.
On note f' la fonction dérivée de f sur $]0~;~2]$.

1. [a)]

Montrer que, pour tout x de $]0~;~2]$, $f'(x) = \dfrac{x+1}{x}$

b. Justifier que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]0~;~2]$.

2. On note (Γ) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\text{O},~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ du plan.

Un dessin de (Γ) ***est donné en annexe 1. Ce dessin est à compléter et à rendre avec la copie.***

[a)]On note A le point de (Γ) d'abscisse 1. Calculer l'ordonnée du point A. Calculer le nombre dérivé de f en 1. Déterminer une équation de la droite (T) tangente à la courbe (Γ) en A. Tracer la droite (T). On note B les point d'intersection, de la droite (T) avec l'axe des abscisses. Placer le point B sur la figure et calculer ses coordonnées.

4. On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]0~;~2]$.

[a)]En utilisant le graphique, donner un encadrement de α d'amplitude 0,1. À l'aide d'une calculatrice, trouver un encadrement de α d'amplitude 0,01.

EXERCICE 3 **5 points**

Dans cet exercice, on appelle DIAGONALE d'un polygone régulier tout segment de droite joignant deux sommets *non consécutifs* du polygone. Ainsi, un triangle équilatéral ne possède aucune diagonale et un carré en possède deux.

1. Dans le **tableau de l'annexe 2, qui est à compléter et à rendre avec la copie,** tracer en couleur toutes diagonales des polygones réguliers à 5 et 6 côtés, puis indiquer leur nombre dans la ligne suivante.

Dans la suite de l'exercice, on admet que le nombre d de diagonales d'un polygone régulier à n côtés (n étant un entier naturel supérieur ou égal à 3) est donné par la formule :

$$d = \frac{n(n-3)}{2}.$$

2. **Dans cette question, on cherche à déterminer dans quels polygones réguliers le nombre d de diagonales est un multiple entier du nombre n de côtés.**

a. Exploiter ce qui a été fait dans les questions précédentes pour dire si chacune des propositions suivantes est VRAIE ou FAUSSE. Chaque réponse doit être justifiée.

Proposition n° 1 : Il existe au moins un polygone régulier pour lequel le nombre de diagonales est le double du nombre de côtés.

Proposition n° 2 : Quel que soit un polygone régulier, le nombre des diagonales de ce polygone est le double du nombre de ses côtés.

Proposition n° 3 : Quel que soit un polygone régulier, le nombre des diagonales de ce polygone est un multiple entier du nombre de ses côtés.

b. On considère l'algorithme suivant :

Entrée	k est un entier naturel non nul.
Initialisation	Affecter à n la valeur 3 ;
	Affecter à d la valeur 0.
Traitement	Tant que $d < k \times n$:
	Affecter à n la valeur $n+1$;
	Calculer $\dfrac{n \times (n-3)}{2}$ et affecter la valeur du résultat à d.
Sortie	Afficher n et d.

Faire fonctionner l'algorithme pour $k = 3$. Interpréter le résultat obtenu en termes de nombres de côtés et de diagonales d'un polygone régulier.

c. Démontrer que, pour un entier naturel non nul k donné, $d = k \times n$ si et seulement si $n = 2k + 3$.

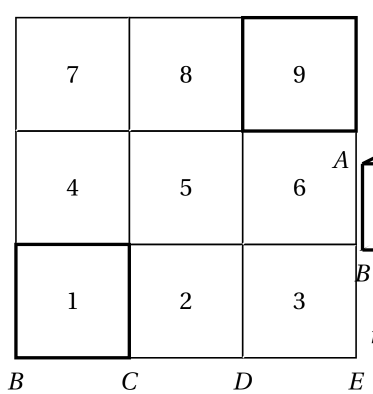
d. ***Dans cette question toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.***

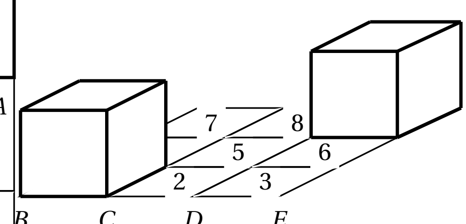
Déterminer les polygones réguliers dans lesquels le nombre d de diagonales est un multiple entier du nombre de côtés.

EXERCICE 4 — 5 points

Un damier est composé de 9 cases carrées de même dimension. Ces cases sont numérotées de 1 à 9 comme l'indiquent les deux dessins ci-dessous. Le plan du damier est un plan horizontal.

On a déposé sur les cases 1 et 9 de ce damier deux cubes. Chaque face de ces deux cubes a exactement la même dimension que chaque case du damier.





Damier et cubes
représentation en perspective parallèle

Damier et cubes
Vue de dessus

Les points A, B, C, D et E sont tels que :

- A, B et C sont trois sommets du cube déposé sur la case 1 ;
- le segment $[BE]$ est un bord du damier ;
- C et D sont les points du segment $[BE]$ tels que $BC = CD = DE$.

L'objectif est de représenter en perspective centrale le damier et les deux cubes. On se place dans le cas où le bord $[DE]$ du damier et l'arête $[AB]$ du cube sont dans un plan frontal.

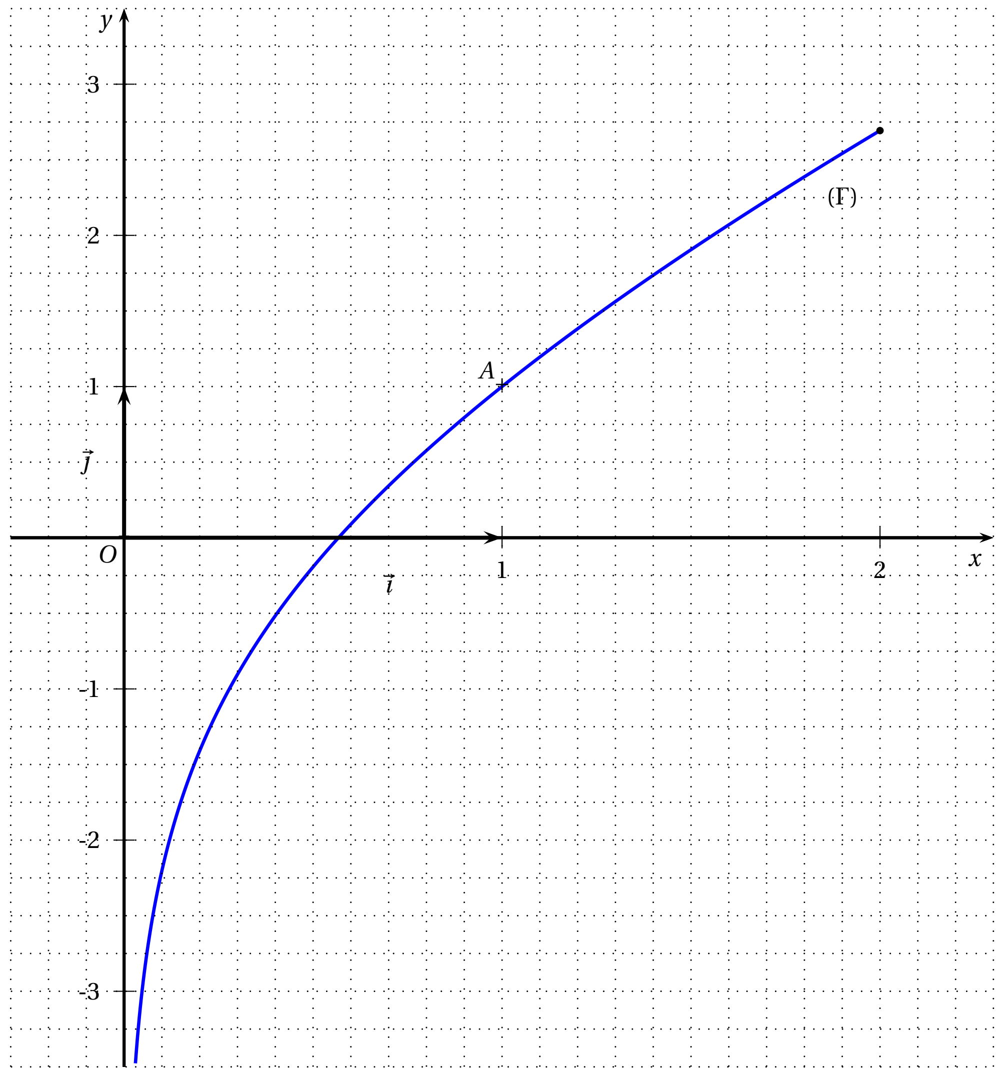
Dans **le dessin donné en annexe 3** on a commencé cette représentation en perspective centrale.
Les points a, b, c, d et e représentent dans cette perspective centrale les points A, B, C, D et E.
On a représenté en trait gras le bord $[be]$ du damier, et l'arête verticale $[ab]$ du cube posé sur la case 1.

Ce dessin est à compléter et à rendre avec la copie.
Pour toutes les constructions de l'exercice, on laissera apparents les traits de construction.

1. Terminer la représentation en perspective centrale du damier.
2. Citer deux règles de la perspective à point de fuite qui peuvent être vérifiées sur la figure.
3. Représenter dans cette perspective centrale le cube déposé sur la case 1.
4. Représenter dans cette perspective centrale le cube déposé sur la case 9.

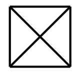
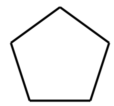
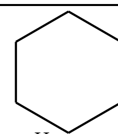
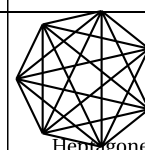
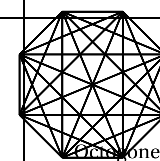
ANNEXE 1 (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 2



ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 3

Nombre n de côtés	3	4	5	6	7	8
Tracé des diagonales du polygone	 Triangle équilatéral	 Carré	 Pentagone régulier	 Hexagone régulier	 Heptagone régulier	 Octogone régulier
Nombre d de diagonales	0	2	$\cdots$	$\cdots$	14	20

ANNEXE 2 (à compléter et à rendre avec la copie)

Exercice 4