

⌘ Baccalauréat L spécialité Centres étrangers ⌘
juin 2006

L'usage d'une calculatrice est autorisé

3 heures

EXERCICE 1

6 points

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par

$$f(x) = (\ln x)^2(3 - 2\ln x).$$

On note (\mathcal{C}) sa courbe représentée dans le plan muni d'un repère orthonormal (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité graphique 2 cm).

1.
 - a. Calculer la limite de f en 0 et interpréter graphiquement le résultat.
 - b. Calculer la limite de f en $+\infty$.
2. f' désignant la dérivée de f sur $]0; +\infty[$ on admet que $f'(x) = \frac{6\ln x(1 - \ln x)}{x}$.
 - a. Résoudre les inéquations
 - $\ln x \geq 0$;
 - $1 - \ln x \geq 0$.
 - b. En déduire le signe de $f'(x)$ et les variations de f .
 - c. Calculer les extremums de f sur l'intervalle $[0,75; 3]$.
3. Donner le tableau de variations de f .
4. Tracer la courbe (\mathcal{C}) .

EXERCICE 2

5 points

Pour chacune des questions suivantes une et une seule réponse est exacte. (On indiquera sur la copie le numéro de la question suivi de la lettre correspondant à la réponse exacte.) Chaque bonne réponse rapporte 1 point; une mauvaise réponse enlève 0,5 point; une absence de réponse vaut 0 pour la question. Si le total de l'exercice ainsi calculé est négatif il est ramené à 0.

1. On lance deux dés cubiques équilibrés et on lit la somme des résultats des faces supérieures.

La probabilité d'obtenir « 7 » est :

$$\mathbf{a:} \frac{1}{6} \quad \mathbf{b:} \frac{1}{12} \quad \mathbf{c:} \frac{7}{36}$$

2. On lance une pièce de monnaie trois fois de suite.

La probabilité d'obtenir trois fois « pile » est :

$$\mathbf{a:} \frac{1}{2} \quad \mathbf{b:} \frac{1}{3} \quad \mathbf{c:} \frac{1}{8}$$

3. Une urne contient quatre boules vertes et deux boules noires indiscernables au toucher. On prélève au hasard une boule de l'urne. La probabilité d'obtenir une boule verte est :

$$\mathbf{a:} \frac{2}{3} \quad \mathbf{b:} \frac{1}{2} \quad \mathbf{c:} \frac{1}{6}$$

4. Une urne contient quatre boules vertes et deux boules noires indiscernables au toucher.

On prélève successivement deux boules, sans remettre la première boule tirée dans l'urne.

La probabilité d'obtenir deux boules vertes est :

$$\mathbf{a:} \frac{4}{9} \quad \mathbf{b:} \frac{2}{5} \quad \mathbf{c:} \frac{1}{36}$$

5. Une urne contient quatre boules vertes et deux boules noires indiscernables au toucher.

On prélève successivement et avec remise, deux boules de l'urne.

La probabilité que la deuxième boule tirée soit noire sachant que la première est verte est

$$\mathbf{a:} \frac{1}{3} \quad \mathbf{b:} \frac{2}{9} \quad \mathbf{c:} \frac{4}{15}$$

EXERCICE 3

5 points

1. a. Déterminer les restes de la division euclidienne par 7 des nombres 3^n pour $n \in \mathbb{N}, n \leq 6$.
- b. Recopier et compléter le tableau suivant :

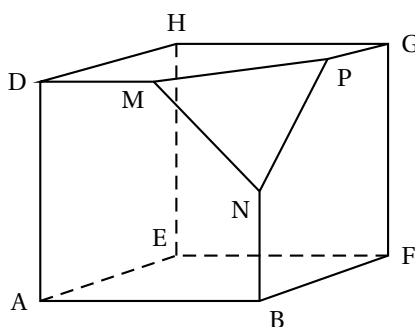
Puissance de 3	3^0	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6
Reste modulo 7							

- c. En déduire que, pour tout $k \in \mathbb{N}$, 3^{6k} est congru à 1 modulo 7.
2. a. Déterminer le plus petit entier naturel congru à 1 515 modulo 7.
- b. Après avoir remarqué que $2004 = 6 \times 334$, déduire du 1 le reste de la division euclidienne de 1515^{2004} par 7.
- c. Montrer que dans la division euclidienne de 1515^{2006} par 7 le reste est 2.

EXERCICE 4

4 points

Pour fabriquer un solide S, on découpe, dans un cube d'arête 4 cm, un tétraèdre (voir le schéma ci-dessous en perspective cavalière) où M, N et P sont les milieux de trois arêtes. On note S le solide ABFEDMNP GH ainsi obtenu.



1. Sur l'annexe, on a ébauché le dessin en perspective à point de fuite du solide S, le plan (ABNMD) étant frontal.

Les points A, B, F, E, D, M, N, P, G, H sont représentés par les points nommés en minuscules a, b, f, e, d, m, n, p, g, h. Compléter le dessin de la représentation du solide S après avoir placé le point de fuite principal w.

On laissera apparent les traits de construction.

2. Calculer le volume en cm^3 du solide S
(rappel : volume d'une pyramide $V = \frac{1}{3}B \times h$ où B est l'aire de la base et h la mesure de la hauteur).

ANNEXE DE L'EXERCICE 4 à rendre avec la copie)

Ligne d'horizon

