

Baccalaurat TL Centres étrangers juin 2002

Exercice 1

8 points

Tableau I

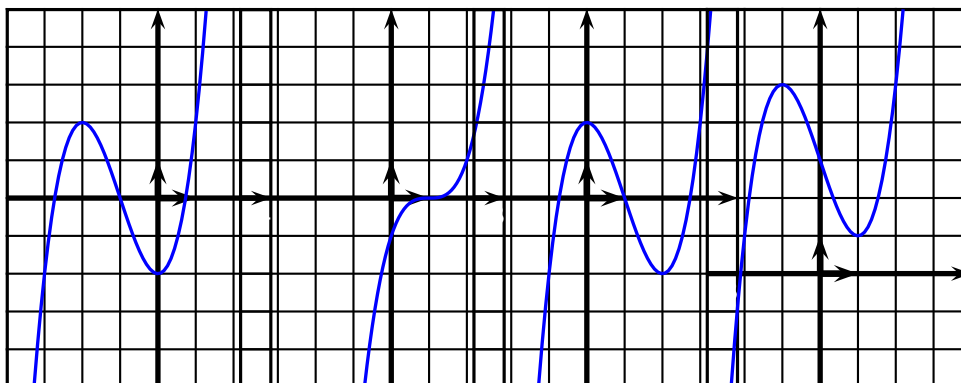


figure 1 : fonction L

figure 2 : fonction M

figure 3 : fonction P

figure 4 : fonction Q

Les courbes figurant dans le tableau 1 sont les représentations graphiques de quatre fonctions polynômes de degré 3 : L , M , P , Q .

Tableau 2

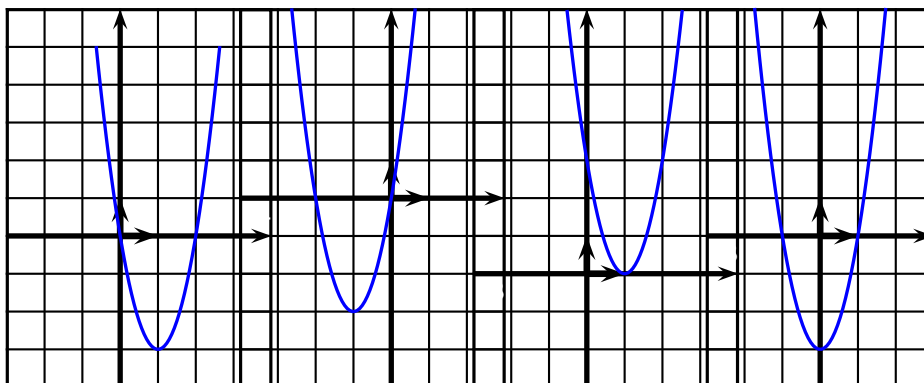


figure 5 : fonction f

figure 6 : fonction g

figure 7 : fonction h

figure 8 : fonction k

Les paraboles figurant dans le tableau 2 sont les représentations graphiques de quatre fonctions : f , g , h , k .

Ces fonctions sont, **dans un ordre à déterminer**, les dérivées des fonctions L , M , P , Q .

1.
 - a. Pour chacune des paraboles du tableau 2, donner le signe de la fonction représentée.
 - b. Pour chacune des courbes du tableau 1, établir par lecture graphique le tableau de variations de la fonction représentée. Pour chaque tableau de variation, on indiquera le signe de la dérivée de la fonction correspondante (on n'étudiera pas les limites en $+\infty$ et en $-\infty$).
 - c. Pour chacune des fonctions L , M , P , Q , préciser celle des fonctions f , g , h , k qui est sa fonction dérivée.
2. La fonction f représentée sur la figure 5 est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2 + bx + c$ où b et c sont deux nombres réels.
 - a. Résoudre graphiquement $f(x) = 0$ et utiliser cette résolution pour calculer b et c .

- b. On note \mathcal{C}_P la courbe représentative de la fonction P . Elle a pour équation :

$$y = x^3 + \frac{b}{2}x^2 + cx + d.$$

En utilisant les coordonnées du point d'intersection de la courbe \mathcal{C}_P avec l'axe des ordonnées, calculez d . Donner l'expression de $P(x)$.

Exercice 2

6 points

Pour se rendre l'arrêt du bus qui passe à 7 h 30 et qui l'amène au lycée, Valérie a le choix entre trois itinéraires A, B ou C.

La probabilité qu'elle choisisse l'itinéraire A est $\frac{1}{2}$, celle qu'elle choisisse l'itinéraire

B est $\frac{1}{3}$.

La probabilité qu'elle rate le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire

A est $\frac{3}{10}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire

B est $\frac{2}{5}$, celle qu'elle rate le bus qui passe à 7 h 30 sachant qu'elle a choisi l'itinéraire

C est $\frac{1}{2}$.

1. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme de fraction irréductible.
 - a. Calculer la probabilité que Valérie choisisse l'itinéraire C.
 - b. Construire un arbre de probabilités donnant les diverses possibilités. Reporter les probabilités données dans l'énoncé.
 - c. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 et qu'elle ait choisi l'itinéraire B.
 - d. Montrer que la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 est $\frac{19}{30}$.
 - e. Sachant que Valérie a pris le bus qui passe à 7 h 30, calculer la probabilité qu'elle ait choisi l'itinéraire C.

2. Dans cette partie, on donnera les résultats sous forme d'une valeur approchée 10^{-3} .

Valérie essaie de prendre le bus qui passe à 7 h 30 quatre jours par semaine dans les mêmes conditions.

On suppose que pour Valérie, prendre ou rater le bus qui passe à 7 h 30, un jour donné dans la semaine est indépendant du fait de prendre ou rater le bus qui passe à 7 h 30 un autre jour dans la semaine.

- a. Calculer la probabilité que Valérie prenne le bus qui passe à 7 h 30 quatre fois dans la semaine.
- b. Calculer la probabilité qu'elle prenne le bus qui passe à 7 h 30 exactement deux fois dans la semaine.

On rappelle la formule donnant la probabilité de E sachant F :

$$p_F(E) = \frac{p(E \cap F)}{p(F)}.$$

Exercice 3 au choix

6 points

Le but de cet exercice est de démontrer que, pour tout entier naturel n entier non nul, le nombre $A = n(n^2 - 1)$ est un multiple de 6.

1. Dans chacun des cas suivants calculer A et déterminer le reste dans la division euclidienne de A par 6.
- $n = 5$;
 - $n = 16$;
 - $n = 32$.
2. On suppose maintenant que le reste de la division euclidienne de n par 6 est 5 ; on peut donc écrire

$$n \equiv 5 \pmod{6}.$$

- Que peut-on en conclure pour $(n - 1)$ et $(n + 1)$?
 - Quel est le reste de la division euclidienne de $(n^2 - 1)$ par 6 ?
 - Justifier alors que $n(n^2 - 1)$ est un multiple de 6.
3. Recopier et compléter le tableau.

Reste de la division de n par 6	Reste de la division de $(n - 1)$ par 6	Reste de la division de $(n + 1)$ par 6	Reste de la division de $(n^2 - 1)$ par 6	Reste de la division de $n(n^2 - 1)$ par 6
0				
1				
2				
3	2	4	2	0
4				
5				

4. Conclure.

Exercice 4 au choix

6 points

Un jardinier a à sa disposition un sac rempli de 1 000 bulbes de tulipes. Parmi ceux-ci :

- 60% sont des bulbes de tulipe jaune ;
- 25% sont des bulbes de tulipe rouge ;
- le reste est constitué de bulbes de tulipe noire.

Par ailleurs :

- 28% de la totalité de ces bulbes ne fleuriront pas ;
- 80% des bulbes de tulipe jaune fleuriront ;
- 60 bulbes de tulipe noire ne fleuriront pas.

Partie A

Recopier et compléter le tableau ci-dessous

	Nombre de bulbes de tulipe jaune	Nombre de bulbes de tulipe rouge	Nombre de bulbes de tulipe noire	Total
Nombre de bulbes de tulipe qui fleuriront		150		
Nombre de bulbes de tulipe qui ne fleuriront pas				
Total				1000

Partie B

Le jardinier tire dans son sac un bulbe au hasard.

On note :

F l'évènement : « Le bulbe fleurira » ;

J : « Le bulbe est celui d'une tulipe jaune » ;

R : « Le bulbe est celui d'une tulipe rouge » ;

N : « Le bulbe est celui d'une tulipe noire ».

1. Déterminer les probabilités des évènements suivants : $J \cap F$, $J, F, J \cup F$
2. Les évènements J et F sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. **a.** Montrer que la probabilité que le bulbe soit celui d'une tulipe noire, sachant qu'il fleurira est 0,125.
b. Sachant que le bulbe est celui d'une tulipe noire, déterminer la probabilité qu'il ne fleurisse pas.

On rappelle :

- la formule donnant la probabilité de B sachant A :

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

- la définition de l'indépendance de B vis--vis de A :

$$p_A(B) = p(B).$$