# Baccalauréat L option Japon juin 2002

**L'utilisation d'une calculatrice est autorisée**

**EXERCICE 1 OBLIGATOIRE** **7 points**

Les résultats d'une enquête menée auprès d'une population dont 52 % des personnes sont des femmes et 48 % des hommes, montrent que 80 % des femmes et 70 % des hommes jouent au Loto au moins une fois par mois.

**1.** On choisit au hasard un individu de cette population. Tous les choix sont équiprobables.
On note :
H l'évènement « L'individu choisi est un homme. »,
$\overline{\text{H}}$ l'évènement contraire de H, c'est-à-dire « L'individu choisi est une femme. »,
L l'évènement « L'individu joue au Loto au moins une fois par mois. »,
$\overline{\text{L}}$ l'évènement contraire de L, c'est-à-dire « L'individu joue au Loto moins d'une fois par mois.
$p_{\text{H}}(\text{L})$, probabilité conditionnelle de l'évènement L par rapport à l'évènement H.
*On pourra représenter un arbre de probabilités.*

**a.** Calculer la probabilité de l'évènement $\text{H} \cap \overline{\text{L}}$ puis celle de l'évènement $\overline{\text{H}} \cap \overline{\text{L}}$.

**b.** Montrer que la probabilité de L est égale à 0,752.

**c.** Déterminer $p_{\text{L}}(\text{H})$, probabilité que l'individu choisi soit un homme sachant qu'il joue au moins une fois par mois au Loto. Donner le résultat arrondi à $10^{-4}$.

**2.** Cette population étant suffisamment nombreuse, on répète quatre fois, de manière indépendante, dans des conditions identiques (ou que l'on peut considérer comme telles), l'expérience de la première question « Choisir au hasard un individu de cette population ».

**a.** Déterminer la probabilité qu'un et un seul des quatre individus choisis joue au moins une fois par mois au Loto, les trois autres jouant moins d'une fois par mois. Donner le résultat arrondi à $10^{-4}$.

**b.** Déterminer la probabilité qu'un, au moins, des quatre individus choisis joue au Loto au moins une fois par mois. Donner le résultat arrondi à $10^{-4}$.

**EXERCICE 2 OBLIGATOIRE** **8 points**

On considère les fonctions $C$ et $B$ définies sur l'intervalle $[0 ; 60]$ par :

$$C(x) = 450 - 5x \quad ; \quad B(x) = -x^2 + 55x - 450.$$

**Partie A**

**1.** La fonction dérivée de $B$ est notée $B'$. Calculer $B'(x)$ et étudier son signe suivant les valeurs de $x$.

**2.** Construire le tableau de variations de la fonction $B$ sur l'intervalle $[0 ; 60]$.

**3.** Montrer que $B(x)$ peut s'écrire $(-x+10)(x-45)$ et résoudre l'équation $B(x) = 0$.

4. D'après les représentations graphiques des fonctions $C$ et $B$ données en annexe, la droite représentant la fonction $C$ semble tangente à la courbe représentant la fonction $B$ au point d'abscisse 30.

   Calculer le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentant la fonction $B$ au point d'abscisse 30 et justifier la remarque précédente.

**Partie B**

Un stade peut accueillir 50 000 personnes.
On suppose que le prix $x$ exprimé en euros d'un billet est le même pour tous les spectateurs et que le nombre de spectateurs $N(x)$ est fonction du prix du billet.
On estime que $N(x) = 50\,000 - 1\,000x$.
Organiser un spectacle coûte 200 000 euros d'installation auxquels s'ajoutent des frais qui s'élèvent à 5 euros par spectateur.

1. Montrer que la dépense totale exprimée en milliers d'euros pour un spectacle est donnée en fonction du prix $x$ d'un billet par $C(x)$.
2. Montrer que la recette exprimée en milliers d'euros pour un spectacle est donnée en fonction du prix $x$ d'un billet par $50x - x^2$.
3. Montrer que le bénéfice exprimé en milliers d'euros pour un spectacle est donné en fonction du prix $x$ d'un billet par $B(x)$.
4. En exploitant les représentations graphiques données en annexe et les résultats de la **partie A**, déterminer :
   **a.** le prix du billet correspondant à un bénéfice maximum ;
   **b.** les valeurs de $x$ pour lesquelles le bénéfice est positif ou nul.

**AU CHOIX exercice 3 ou exercice 4**

**EXERCICE 3** **5 points**

Urbain et Valérie ont obtenu le même diplôme la même année et ont été embauchés, tous les deux, le 1er janvier 2000, dans deux entreprises différentes, sous deux contrats à durée indéterminée différents :
- La première année, le salaire annuel net d'Urbain s'élève à 14 000 euros et ce salaire augmente de 4 % chaque année au 1er janvier par rapport au salaire annuel précédent.
- Valérie débute avec un salaire annuel net de 14 500 euros et ce salaire augmente de 500 euros chaque année au 1er janvier. On appelle $u_n$, le salaire annuel net d'Urbain en euros pour l'année $(2\,000 + n)$ et $v_n$, celui de Valérie.
Avec ces notations, on a : $u_0 = 14\,000$ et $v_0 = 14\,500$.

1. **a.** Calculer les termes $u_1$ et $u_2$.
   **b.** Montrer que la suite $(u_n)$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
   **c.** Exprimer le terme général $u_n$, en fonction de $n$.
2. **a.** Calculer les termes $v_1$ et $v_2$.
   **b.** Montrer que $(v_n)$ est une suite arithmétique dont on donnera la raison.
   **c.** Exprimer le terme général $v_n$ en fonction de $n$.
3. Calculer $u_0 + u_1 + \ldots + u_8$ et $v_0 + v_1 + \ldots + v_8$. Interpréter ces résultats.
   La situation est-elle la même à la fin de l'année suivante ?

**EXERCICE 4** **5 points**

Les parties I et II sont indépendantes.

**Partie I -** On considère deux nombres entiers naturels $a$ et $b$ tels que :
$a$ est congru à 10 modulo 23 et
$b$ est congru à 15 modulo 23.

1. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à $(a+b)$ modulo 23.
2. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à $ab$ modulo 23.

**Partie II -**

1. Déterminer le plus petit nombre entier naturel congru à 1 000 modulo 111.
2. Montrer que pour tout nombre entier naturel $n$, $1\,000n$ est congru à $n$ modulo 111.
   En déduire que le nombre $10^8 + 10^4 + 1$ est divisible par 111.

**ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**