Baccalauréat TL Polynésie juin 2000

EXERCICE 1 — 4 points

Pour engager des stagiaires, une entreprise organise des tests de sélection. Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves il y a 60 % de garçons. Après avoir pris connaissance des résultats aux tests, l'entreprise engage 70 % des garçons candidats et 80 % des filles candidates.
On choisit au hasard un candidat.

1. **a.** Quelle est la probabilité que ce candidat soit un garçon et qu'il soit engagé comme stagiaire ?

   b. Quelle est la probabilité que ce candidat soit une fille et qu'elle soit engagée comme stagiaire ?

   c. Calculer la probabilité que ce candidat soit engagé.

2. Sachant que le candidat choisi a été engagé, calculer la probabilité que ce soit un garçon.

EXERCICE 2 — 5 points

Dans un pays, le taux de chômage au 1er juillet 1999 est de $11,7$.
Le 1er août 1999, ce taux passe à $11,66$.
On souhaite étudier deux modèles d'évolution mensuelle du taux de chômage, valables pour une durée de trois ans.

1. **Premier modèle :**

   On suppose que ce taux diminue régulièrement de 0,04 par mois.

   On note u_0 le taux de chômage au 1er juillet 1999.

   On note u_1 le taux de chômage un mois après le 1er juillet 1999, c'est-à-dire au 1er août 1999.

   On note u_n le taux de chômage prévu n mois après le 1er juillet 1999, n désignant un entier naturel.

   Ainsi on a : $u_0 = 11,7$ et $u_1 = 11,7 - 0,04$.

   a. Calculer u_2.

   b. Exprimer u_n en fonction de n.

   c. Calculer le taux de chômage prévu au 1er juillet 2002, dans ce modèle.

2. **Deuxième modèle :**

   On suppose que chaque mois la baisse du taux de chômage est multipliée par 1,01.

   On note v_0 le taux de chômage au 1er juillet 1999.

   On note v_1 le taux de chômage un mois après le 1er juillet 1999, c'est-à-dire au 1er août 1999.

   On note v_n le taux de chômage prévu n mois après le 1er juillet 1999, n désignant un entier naturel.

   Ainsi, on a : $v_0 = 11,7$;

   $v_1 = 11,7 - 0,04$;

   $v_2 = 11,7 - 0,04 - 0,04 \times 1,01$;

   $v_n = 11,7 - \left[0,04 + 0,04 \times 1,01 + \ldots + O,04 \times (1,01)^{n-1}\right]$, pour tout $n \geqslant 1$.

   a. Montrer que $v_n = 15,7 - 4 \times (1,01)^n$.

   b. Calculer le taux de chômage prévu au 1er juillet 2002, dans ce modèle. On en donnera un résultat décimal arrondi au centième.

3. Dans chacun des deux modèles, déterminer à partir de quelle date (arbitrairement fixée au premier jour du mois) le taux de chômage prévu sera inférieur à 11.

PROBLÈME **11 points**

Soit f la fonction définie pour tout x réel par

$$f(x) = x - 2 + 2(x+1)\mathrm{e}^{-x}.$$

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

Première partie. Étude d'une fonction annexe

Soit g la fonction définie pour tout x réel par $g(x) = \mathrm{e}^{x} - 2x$.

1. Calculer la dérivée g' de g ; en déduire les variations de g sur $\mathbb{R}$.
2. Établir le tableau de variation de g (on ne demande pas les limites).
3. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x réel.

Deuxième partie. Étude des variations de f

1. **a.** Déterminer la limite de f en $+\infty$? On rappelle que :

$$\lim_{x \to +\infty} x\mathrm{e}^{-x} = 0.$$

   b. Montrer que la droite (D) d'équations $y = x - 2$ est asymptote à $(\mathscr{C})$.

   c. Préciser la position de $(\mathscr{C})$ par rapport à (D).
2. Déterminer la limite de f en $-\infty$.
3. On note f' la dérivée de f.

   a. Calculer $f'(x)$. Montrer que, pour tout x réel, $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$.

   b. En déduire les variations de f.
4. **a.** Montrer que la tangente (Δ) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0 est parallèle à (D).

   b. Tracer (D), (Δ) et $(\mathscr{C})$.

Troisième partie. Calcul d'aire

1. Déterminer les réels a et b pour que la fonction H définie sur $\mathbb{R}$ par $H(x) = (ax + b)\mathrm{e}^{-x}$ soit une primitive de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = (x+1)\mathrm{e}^{-x}$.
2. Soit λ un réel strictement supérieur à 2.

   On pose $I(\lambda) = \displaystyle\int_2^{\lambda} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_2^{\lambda} (x-2)\,\mathrm{d}x$.

   a. Interpréter $I(\lambda)$ comme l'aire, exprimée en unité d'aire, d'un domaine plan (E) à définir ; on pourra faire apparaître (E) sur la figure.

   b. En utilisant les résultats de la question 1 de cette troisième partie, calculer $I(\lambda)$.

   c. Déterminer la limite de $I(\lambda)$ lorsque λ tend vers $+\infty$.