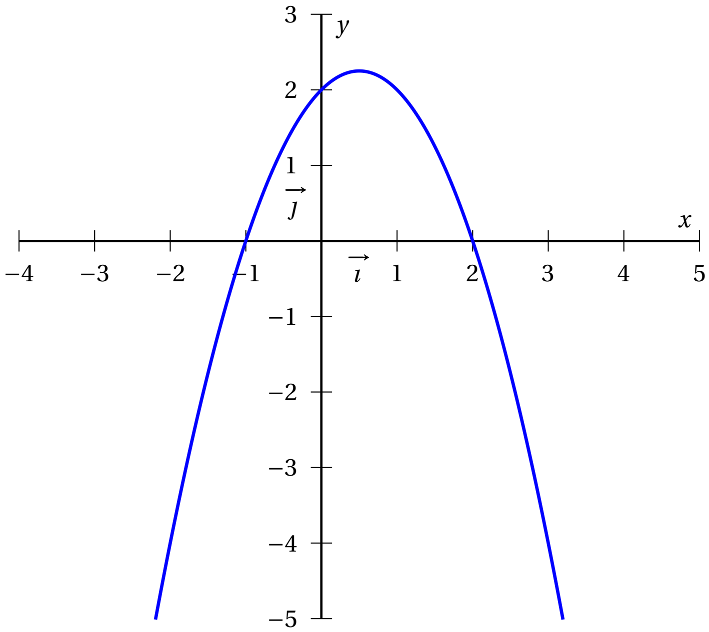
Baccalauréat L option Polynésie juin 2002

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2 ET AU CHOIX SOIT L'EXERCICE 3 SOIT L'EXERCICE 4.

EXERCICE 1 OBLIGATOIRE **6 points**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ (unité graphique : 1 cm).

A - On considère une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ et on appelle $\mathscr{C}_g$ sa courbe représentative dans le plan rapporté au repère orthonormal. Le graphique ci-dessous représente la courbe $\mathscr{C}_g$ de la fonction g' dérivée de la fonction g.



1. Utiliser le graphique pour déterminer le signe de $g'(x)$ suivant les valeurs de x. En déduire le sens de variations de la fonction g.
2. Justifier que g possède des extremums ; pour quelles valeurs de x sont-ils atteints ?
3. Existe-t-il des points de la courbe en lesquels la tangente a un coefficient directeur égal a -4 ?
   Déterminer alors l'abscisse du ou des point(s) correspondant(s).

B - Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x - 2.$$

On appelle $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative.

1. **a.** Calculer la dérivée f' de la fonction f et vérifier que, pour tout nombre réel x :

   $$f'(x) = 3(x+1)(2-x).$$

   b. Indiquer le signe de $f'(x)$ suivant les valeurs de x. Vérifier que $f'(x)$ et $g'(x)$ ont le même signe.

   c. Dresser le tableau des variations de la fonction f (on ne demande pas d'étudier les limites en $+\infty$ ou en $-\infty$.
2. Tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ pour x appartenant à l'intervalle $[-2,5 ; 3,5]$.

EXERCICE 2 **6 points**

Une source sonore émet un son dont l'intensité est 1 000 décibels.
Une plaque d'isolation phonique d'un certain type absorbe 45 % de l'intensité du son.
On note U_n l'intensité du son, mesurée en décibels, après la traversée de n plaques d'isolation phonique.
Ainsi $U_0 = 1\,000$.

1. Calculer U_1, U_2, U_3.

2. **a.** Montrer que, pour tout entier naturel n, $U_{n+1} = 0,55U_n$.

b. En déduire que (U_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison.

Donner l'expression de U_n en fonction de n.

3. Calculer la limite de U_n lorsque n tend vers $+\infty$.

Interpréter le résultat obtenu.

4. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le nombre minimum de plaques que doit traverser le son pour que l'intensité soit inférieure au dixième de sa valeur initiale.

EXERCICE 3 AU CHOIX **8 points**

Sur le catalogue d'une entreprise de vente par correspondance, la référence de chaque article et constituée d'un nombre à cinq chiffres $xyztu$ (le premier de ces chiffres x étant différent de zéro), suivi d'une lettre majuscule choisie entre A et N, à l'exception de la lettre I.
À Cette lettre majuscule est associé un nombre appelé clé selon le tableau suivant :

lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	J	K	L	M	N
clé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

À des fins du contrôle, on impose, pour chaque référence, que la somme du nombre à cinq chiffres et de la clef obtenue grâce au tableau, soit un nombre divisible par 13.
Par exemple considérons un article dont la référence est 18 501 M.
Le nombre à cinq chiffres est 18 501. La clé associée à M est 11.
$18501 + 11 = 18512 = 13 \times 1424$.
18 512 est divisible par 13, donc cette référence est correcte.

1. Les deux références suivantes sont-elles correctes ?

13 587M 45 905 A

Les réponses doivent être justifiées.

2. On veut retrouver la lettre d'une référence dont il ne reste que le nombre à cinq chiffres 26 014.

a. Montrer que $13 \times 2001 < 26014 < 13 \times 2002$.

b. En déduire la lettre manquante.

3. On veut retrouver un chiffre illisible dans la référence d'un article.

Cette référence est 85 z29 C (z étant le chiffre illisible).

a. Montrer que le problème revient à trouver z $\quad (0 \leqslant z \leqslant 9)$ tel que :

$$8 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + z \times 10^2 + 2 \times 10 + 9 + 2 \equiv 0 \quad (\text{modulo} \quad 13)$$

Cette relation sera notée (E) dans toute la suite.

b. Recopier et compléter le tableau suivant à l'aide d'entiers naturels compris entre 0 et 12.

$10^0 \equiv \ldots$ (modulo 13)	$10^1 \equiv \ldots$ (modulo 13)
$10^2 \equiv \ldots$ (modulo 13)	$10^3 \equiv \ldots$ (modulo 13)
$10^4 \equiv \ldots$ (modulo 13)	

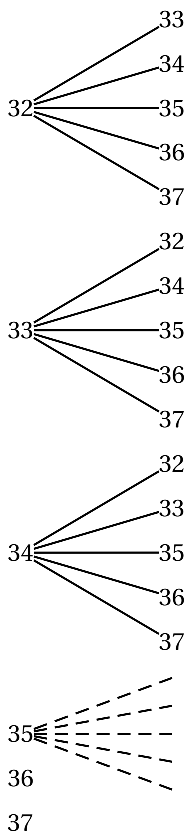
c. En utilisant les propriétés des congruences et les résultats obtenus dans le tableau précédent, montrer que le problème revient à trouver $z \quad (0 \leqslant z \leqslant 9)$ tel que : $11 + 9z \equiv 0 \quad (\text{modulo } 13)$.

d. Déterminer le chiffre illisible de la référence.
Écrire alors cette référence.

EXERCICE 4 AU CHOIX **8 points**

Les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.
Une série qualificative pour une course internationale réunit six concurrents :
— deux français portant les dossards 32 et 33 ;
— trois italiens portant les dossards 34, 35, 36 ;
— un allemand portant le dossard 37.

Seules les deux premières places sont qualificatives. Le résultat de la série est représenté par les dossards des concurrents classés aux deux premières places. On obtient ainsi un couple. Par exemple le couple (32, 36) représente le résultat suivant : le concurrent classé premier porte le dossard 32, le concurrent classé deuxième porte le dossard 36.
On décrit les résultats possibles de la série à laide de l'arbre ébauché dans le schéma ci-dessous :



1. Reproduire le schéma sur la copie et le compléter.
Quel est le nombre de résultats possibles ?

2. Tous les coureurs sont de niveaux sportifs sensiblement égaux et ont le même espoir de qualification.

On considère les évènements suivants :

A : « les deux qualifiés sont italiens ».

B : « les deux qualifiés portent un dossard pair ».

a. Justifier que la probabilité de chacun des évènements A et B est $\dfrac{1}{5}$.

b. On note $\overline{\text{A}}$ l'évènement contraire de A et $\overline{\text{B}}$ l'évènement contraire de B.
Expliciter, par une phrase, chacun des évènements $\overline{\text{A}}$ et $\overline{\text{B}}$.
Calculer leur probabilité.

c. On note $\text{A} \cap \text{B}$ l'intersection des évènements A et B, $\text{A} \cup \text{B}$ leur réunion.
Expliciter, par une phrase, l'évènement $\text{A} \cap \text{B}$, puis calculer sa probabilité.
En déduire la probabilité de l'évènement $\text{A} \cup \text{B}$.

3. On considère les évènements suivants :

G : « les deux qualifiés sont de la même nationalité ».

H : « les deux qualifiés portent des dossards congrus modulo 3 ».

a. Calculer la probabilité de chacun des évènements G et H.

b. Expliciter. par une phrase, l'évènement $\text{G} \cap \text{H}$.
En déduire la probabilité de l'évènement $\text{G} \cup \text{H}$.