Baccalauréat technique de la musique et de la danse
Métropole septembre 2008

EXERCICE 1 **5 points**

Pour chacune des cinq questions 1 *à* 5*, trois affirmations sont proposées dont une seule est exacte. Pour chaque question, indiquer sur la copie, la bonne réponse. On ne demande pas de justification.*
Toute bonne réponse donne un point. Une réponse fausse enlève 0,25 *point L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif la note est ramenée à* 0.

- On désigne par log le logarithme décimal.
- On rappelle que deux notes situées à un intervalle d'octave ascendante ont un rapport de fréquences égal à 2.
- À chaque octave est associé un indice n entier naturel. Les notes d'une octave portent l'indice de cette octave. Ainsi LA_3 correspond à la note LA de l'octave d'indice 3 et LA_4 correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au-dessus de l'octave d'indice 3.
- Les cinq questions font référence à la gamme de tempérament égal : dans cette gamme, l'octave est divisée en douze demi-tons égaux séparant les notes, si bien que la suite des fréquences est géométrique de raison q , où q est un nombre réel positif tel que $q^{12} = 2$. Une quarte juste contient cinq demi-tons.

1. On indique que, lorsque deux sons ont pour fréquences respectives f_1 et f_2 avec $f_1 < f_2$, la mesure de l'intervalle entre ces deux sons, exprimée en savarts, est donnée par la formule : $10^3 \log\left(\dfrac{f_2}{f_1}\right)$.

La mesure de l'intervalle entre le MI_3 et le MI_4, en savarts, est égale à :

a. $1\,000\log\left(2^{\frac{1}{12}}\right)$ **b.** $1\,000\log\left(2^{12}\right)$ **c.** $1\,000\log 2$.

2. On précise que l'intervalle de septième ascendante DO–SI a un rapport de fréquences égal à $2^{\frac{11}{12}}$. La mesure, en savarts, de l'intervalle séparant ces deux notes est égale à :

a. $1\,000\left(\log 2^{11} - \log 2^{12}\right)$ **b.** $2\,000\log\left(\dfrac{11}{12}\right)$ **c.** $\dfrac{11\,000}{12}\log 2$

3. Le nombre entier p d'octaves qui peuvent être intercalées entre deux notes de fréquences respectives f_1 et f_2 avec $f_1 < f_2$ est tel que

a. $\dfrac{f_2}{f_1}$ est congru à p modulo 2 **b.** $2^p \leqslant \dfrac{f_2}{f_1} < 2^{p+1}$ **c.** $\dfrac{f_2}{f_1}$ est congru à 2 modulo p.

4. Le rapport des fréquences correspondant à une quarte juste ascendante est égal à :

a. $2^{\frac{5}{12}}$ **b.** $\dfrac{5}{2}$ **c.** $2^{\frac{12}{5}}$.

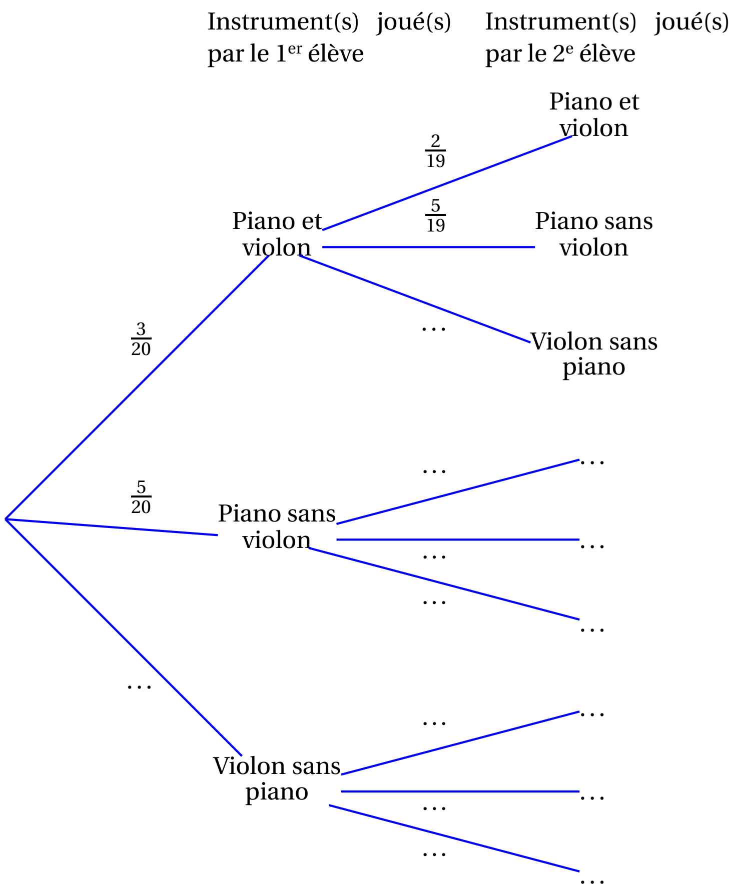
5. Si l'on suppose que l'oreille humaine ne peut entendre un son de fréquence supérieure à 18 000 Hz et que la fréquence du LA3 est à peu près de 440 Hz, alors- le premier LA inaudible plus aigu que le LA_3 est :

a. LA_8 **b.** LA_9 **c.** LA_{10}

EXERCICE 2 **8 points**

Dans une classe de 20 élèves, spécialisée en musique, 8 élèves jouent du piano, 15 jouent du violon et 3 élèves jouent à la fois du piano et du violon.
Les probabilités seront données sous forme de fractions.

1. On choisit au hasard un élève dans la classe. Chaque élève a la même chance d'être choisi.
   a. Montrer que la probabilité pour que l'élève joue des deux instruments est $\dfrac{3}{20}$.
   b. Montrer que la probabilité pour que l'élève joue du piano sans jouer du violon est $\dfrac{5}{20}$.
   c. Calculer la probabilité pour que l'élève joue du violon sans jouer du piano.
2. On prend successivement au hasard deux élèves différents dans la classe. On peut considérer que l'on est dans un cas de « tirages sans remise ».
   a. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous qui correspond à cette seconde question.



   b. Montrer que la probabilité pour que les deux élèves choisis jouent tous deux à la fois du piano et du violon est $\dfrac{3}{190}$.
   c. Quelle est la probabilité pour que chacun des deux élèves choisis ne joue que d'un instrument ?

3. On prend successivement au hasard trois élèves différents dans la classe. On peut considérer que l'on est dans un cas de « tirages sans remise ».
Montrer que la probabilité pour que tous les trois jouent à la fois du piano et du violon est $\dfrac{1}{1\,140}$.

EXERCICE 3 **7 points**
Enseignement obligatoire (au choix)

Le niveau sonore $N(I)$, en décibels, d'un son d'intensité acoustique I est donné par la formule :

$$N(I) = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où I_0 désigne la plus faible intensité perceptible par l'oreille humaine et où log désigne le logarithme décimal.
Le décibel est noté dB.
On rappelle que, pour tous réels a et b strictement positifs, on a :

$$\log(ab) = \log a + \log b \quad \text{et} \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

1. **a.** Calculer, en décibels, le niveau sonore $N(I)$ lorsque $I = I_0$.
b. Lors du décollage de la fusée Ariane, on a observé que $I = I_0 \times 10^{17}$.
Calculer, en décibels, le niveau sonore $N(I)$ correspondant.

2. Pour un marteau-piqueur, on a $N(I) = 110$. Donner l'expression de l'intensité acoustique I en fonction de I_0.

3. Le niveau sonore d'un aspirateur est 70 dB. Calculer, en décibels, le niveau sonore de trois aspirateurs identiques fonctionnant simultanément sachant que les intensités acoustiques des sons s'additionnent. On en donnera la valeur décimale arrondie au dixième.

4. Un isolant acoustique est vendu pour effectuer une atténuation du niveau sonore de 1,5 dB par centimètre d'épaisseur.
L'épaisseur en centimètres d'une cloison fabriquée avec ce matériau est de 10 cm.
Cette cloison sépare deux pièces.
Un son d'intensité acoustique notée I_B émis dans une pièce est atténué en un son d'intensité acoustique I_C dans l'autre pièce.
a. Démontrer que $N(I_C) - N(I_B) = -15$
b. Démontrer que $\log\left(\dfrac{I_C}{I_B}\right) = -1,5$.
c. En déduire que la valeur arrondie à l'unité du rapport $\dfrac{I_B}{I_C}$ est 32.

EXERCICE 4 **7 points**
Enseignement renforcé (au choix)

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,1]$ par :

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{x+1}.$$

On a tracé sur la feuille annexe la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ du plan.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
Démontrer que, pour tout $x \in [0\,;\,1]$, on a : $f'(x) = \dfrac{x\mathrm{e}^x}{(x+1)^2}$.

2. **a.** Démontrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;1]$.

b. Calculer $f(0)$ et $f(1)$.

c. En déduire que, pour tout $x \in [0\,;\,1]$ on a $1 \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{\text{e}}{2}$.

3. On désigne par P le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse 0 et par Q celui d'abscisse 1.

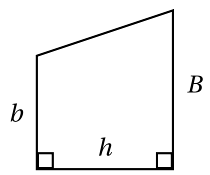
a. On désigne par T la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point Q.
Déterminer, sous la forme $y = ax + b$, l'équation de la droite T.

b. La droite T est sécante à l'axe des ordonnées au point R. Calculer les coordonnées du point R.

c. Sur la feuille annexe à rendre avec la copie, construire les droites T et (PQ).

4. **a.** On désigne par I le point de coordonnées $(1\,;0)$.
Calculer la mesure (en unités d'aire) de l'aire de chacun des trapèzes OPQI et ORQI.

On rappelle que l'aire du trapèze ci-contre de bases de dimensions b et B et de hauteur h est donnée par la formule $\dfrac{b+B}{2} \times h$



b. On considère la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite (IQ) et la courbe $\mathscr{C}$. Hachurer cette partie du plan sur le graphique donné sur la feuille annexe.

c. On désigne par $\mathscr{A}$ la mesure (en unités d'aire) de l'aire de la partie du plan hachurée. Donner l'expression de $\mathscr{A}$ à l'aide d'une intégrale que l'on ne cherchera pas à calculer.

d. À l'aide des résultats de la question 4. a., en déduire graphiquement la double inégalité :

$$\frac{3\text{e}}{8} \leqslant \int_0^1 \frac{\text{e}^x}{x+1}\,\text{d}x \leqslant \frac{2+\text{e}}{4}.$$

FEUILLE À RENDRE AVEC LA COPIE

Exercice 4 : enseignement renforcé **Annexe**