Baccalauréat Métropole–Guadeloupe septembre 2015
Technique de la musique et de la danse

Le candidat traitera trois exercices :

- Obligatoirement l'exercice 1
- Obligatoirement l'exercice 2
- Au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

EXERCICE 1 **8 points**

On rappelle que dans la gamme à tempérament égal :

- Une octave est divisée en 12 demi-tons égaux séparant les notes ; ainsi la suite des fréquences des notes est une suite géométrique de raison q où q est le réel strictement positif tel que : $q^{12} = 2$.
- Une quarte juste contient cinq demi-tons. Une quinte juste contient sept demi-tons.
- Les notes d'une octave sont : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI.
- À chaque octave est associé un indice n qui est un nombre entier naturel. Les notes d'une octave portent l'indice de cette octave, ainsi LA_3 correspond à la note LA de l'octave d'indice 3.
- La fréquence, exprimée en hertz (Hz), de la note LA_3 est 440 Hz.
- La différence de hauteur entre deux notes de fréquences f_1 et f_2 exprimées en hertz (avec $f_1 < f_2$) est le nombre $10^3 \log\left(\dfrac{f_2}{f_1}\right)$, où log désigne la fonction logarithme décimal.
  Cette différence de hauteur s'exprime en savarts quand les fréquences sont exprimées en hertz.

On rappelle enfin que lorsque deux entiers a et b ont le même reste dans la division euclidienne par 12, on dit que a est congru à b modulo 12 et on note $a \equiv b$ modulo 12.

1. À partir d'un FA, on monte de 70 demi-tons.
   a. De combien de quintes justes est-on monté ?
   b. De combien de quartes justes est-on monté ?
   c. Déterminer la note obtenue.
2. À partir du LA_3, on monte jusqu'à une note de fréquence 1 046 hertz. Quelle est la différence de hauteur, exprimée en savarts, entre le LA_3 et la note de fréquence 1 046 hertz ? (arrondir à l'unité)
3. À partir du LA_3 , on monte de 20 demi-tons. Quelle est la fréquence en hertz de la note obtenue ? (arrondir à l'unité).
4. À partir du LA_3 , on descend de 750 savarts. Quelle est la fréquence obtenue ? (arrondir à l'unité)
5. **a.** Reproduire et compléter sur la copie, à l'aide de nombres entiers compris entre 0 et 11, le tableau de congruence modulo 12 suivant :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$7n$ est congru à												

   b. On passe d'un RÉ à un SI en augmentant de n quintes justes (où n désigne un nombre entier naturel). Écrire une relation de congruence modulo 12 vérifiée par n. Donner alors une valeur possible pour l'entier n.

EXERCICE 2 **6 points**

Dans une chorale lycéenne, 40 % des élèves sont capables de déchiffrer une partition. D'autre part, on sait que :

- 75 % des élèves de cette chorale qui sont capables de déchiffrer une partition sont des solistes ;
- 5 % des élèves de cette chorale qui ne sont pas capables de déchiffrer une partition sont des solistes.

On choisit au hasard un élève de cette chorale. Chaque élève de cette chorale a la même probabilité d'être choisi.
On note D l'évènement « l'élève choisi est capable de déchiffrer une partition » et S l'évènement « l'élève choisi est soliste ».
On rappelle que l'évènement contraire d'un évènement A se note $\overline{A}$ et que la probabilité conditionnelle de l'évènement B sachant A se note $P_A(B)$.

1. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement D.

   b. Déterminer, à partir des données du texte, la probabilité que l'élève choisi soit soliste sachant qu'il n'est pas capable de déchiffrer une partition.
2. Représenter la situation décrite ci-dessus à l'aide d'un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité pour que l'élève choisi soit soliste et qu'il soit capable de déchiffrer une partition.
4. Montrer que la probabilité que l'élève choisi soit soliste est 33 %.
5. Calculer la probabilité que l'élève choisi soit capable de déchiffrer une partition sachant qu'il est soliste. On donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

EXERCICE 3 **6 points**

Enseignement obligatoire (au choix)
Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie, sans justification, le numéro de chaque question suivi de la lettre correspondant à la réponse choisie. Chaque réponse juste rapporte un point. Une mauvaise réponse, une absence de réponse ou plusieurs réponses ne donne aucun point et n'en enlève aucun.

1. Le nombre $\ln(75)$ est égal à :

   a. $\ln(3)+2\ln(5)$ **b.** $\ln(3)\times 2\ln(5)$ **c.** $\ln(3)+[\ln(5)]^2$

2. On considère la fonction f définie sur $[0{,}5\,;\,3]$ par : $f(x)=2x+3\ln(x)$. La courbe représentative de f dans un repère du plan est notée $\mathscr{C}$.

   a. Le point M de coordonnées $(1\,;\,2)$ appartient à $\mathscr{C}$.

   b. Le point N de coordonnées $(1\,;\,5)$ appartient à $\mathscr{C}$.

   c. Le point P de coordonnées $(2\,;\,1)$ appartient à $\mathscr{C}$.
3. On considère la fonction f définie sur $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1}{x}+\ln(x)$. La courbe représentative de f dans un repère du plan est notée $\mathscr{C}$.

   a. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des abscisses.

   b. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est parallèle à l'axe des ordonnées.

   c. La tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 n'est parallèle ni à l'axe des abscisses ni à l'axe des ordonnées.
4. On considère la fonction f définie sur $[-7\,;\,0]$ par : $f(x)=3-2\mathrm{e}^{x}$.

a. Sur $[-7 ; 0]$, la fonction f est positive et croissante.

b. Sur $[-7 ; 0]$, la fonction f est positive et décroissante.

c. Sur $[-7 ; 0]$, la fonction f est négative et décroissante.

5. On considère la fonction f définie sur $[0; 10]$ par : $f(x) = (2x+1)\text{e}^x$. La fonction dérivée de f est la fonction f' définie sur $[0; 10]$ par :

a. $f'(x) = (2x+1)\text{e}^x$ **b.** $f'(x) = 2\text{e}^x$ **c.** $f'(x) = (2x+3)\text{e}^x$

6. L'ensemble des solutions de l'inéquation $2\text{e}^x + 3 \geqslant 1$ est :

a. $]0 ; +\infty[$ **b.** $[0 ; +\infty[$ **c.** $]-\infty ; +\infty[$

EXERCICE 4 **6 points**

Enseignement renforcé (au choix)
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On considère les points A d'affixe $Z_\text{A} = 3+2\text{i}$ et B d'affixe $Z_\text{B} = -1+8\text{i}$.

1. Placer les points A et B dans le repère $\left(\text{O} ; \vec{u}, \vec{v}\right)$. Utiliser la feuille de papier millimétré fournie.

2. **a.** Calculer les modules des nombres Z_A, Z_B et $Z_\text{B} - Z_\text{A}$.

b. Quelle est l'interprétation géométrique du module du nombre $Z_\text{B} - Z_\text{A}$?

3. Démontrer que le triangle OAB est rectangle en A.

4. Calculer l'aire du triangle OAB en cm^2.

5. Soit M le point d'intersection du cercle trigonométrique et du segment [OA].
Justifier que $Z_\text{M} = \dfrac{3}{\sqrt{13}} + \dfrac{2}{\sqrt{13}}\text{i}$.