Baccalauréat Métropole 16 juin 2017
Technique de la musique et de la danse

Le candidat traitera trois exercices :

- Obligatoirement l'exercice 1
- Obligatoirement l'exercice 2
- Au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

EXERCICE 1 **7 points**

Rappels :

- Dans la gamme de tempérament égal, l'octave est divisée en 12 demi-tons égaux séparant les notes : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI.
  Quand on monte d'un demi-ton, la fréquence de la note, exprimées en hertz (Hz), est multipliée par $q = 2^{\frac{1}{12}}$.
- À chaque octave est associée un entier naturel n appelé indice et les notes d'une octave portent l'indice de cette octave. Ainsi le LA_3 (le LA du diapason) correspond à la note LA de l'octave d'indice 3, le LA_4 correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au-dessus de l'octave d'indice 3.
  La fréquence de LA_3 est 440 Hz.
- Si un son possède une intensité sonore I (exprimée en W.m^{-2}), son niveau sonore est exprimé en décibels (dB) par :

$$N(I) = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ où } I_0 = 10^{-12}\text{W.m}^{-2} \text{ et log désigne la fonction logarithme décimal.}$$

- On rappelle que les intensités sonores s'ajoutent.
- Pour deux notes de fréquence respectives f_1 et f_2, avec $f_2 \geqslant f_1$, la différence de hauteur de ces notes, exprimée en savarts, est égale à $1\,000\log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$.
- On estime que l'oreille humaine normale perçoit des sons dont la fréquence est comprise entre 20 Hz et 20 000 Hz. Le seuil de douleur est atteint pour des sons de niveau sonore supérieur ou égal à 120 dB.

Après un traumatisme, la plage des fréquences des sons audibles par Nathan s'est restreinte : elle s'étend de 100 Hz à 11 000 Hz. En outre, Nathan ne supporte plus un niveau sonore supérieur à 90 dB.

1. Quelle est la différence de hauteur, exprimée en savarts, entre un son de fréquence 100 Hz et un son de fréquence 11 000 Hz ? On arrondira le résultat à l'unité.
2. **a.** Donner le quotient et le reste de la division euclidienne de 55 par 12.

   b. Si on monte de 55 demi-tons à partir de LA_3, quelle note obtient-on ? Justifier.
3. Justifier que la note la plus basse que Nathan puisse entendre est le $\text{SOL\#}_1$.
4. **a.** Lors du concert d'une chorale, l'intensité sonore maximale était de 4.10^{-4} W.m^{-2}. Nathan a-t-il pu rester dans la salle ? Justifier.

   b. Nathan souhaite assister au concert d'un orchestre de 60 instruments identiques. On suppose que tous les instruments ont la même intensité sonore notée I et le même niveau sonore noté $N(I)$. De plus Nathan perçoit tous les instruments de l'orchestre avec la même intensité sonore.

   Montrer que le niveau sonore perçu par Nathan est égal à $N(I) + 10\log 60$.

   c. En déduire le niveau sonore maximum de chaque instrument pour que le concert soit supportable par Nathan.

EXERCICE 2 **6 points**

Une étude a été réalisée en 2015 en France sur 550 festivals de musique.
On y apprend que :

- 220 festivals avaient une thématique unique, parmi lesquels 35 % étaient dédiés à la musique de chambre.
- 330 autres festivals avaient plusieurs thématiques parmi lesquels certains proposaient de la musique de chambre dans leur programmation.

On choisit au hasard un festival parmi les 550 considérés dans cette étude.
On note :

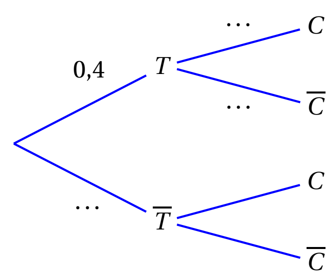
T l'évènement « le festival avait une thématique unique »,

C l'évènement« le festival proposait de la musique de chambre dans sa programmation »,

B étant un évènement de probabilité non nulle, on note $P_B(A)$ la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

On note B l'évènement contraire d'un évènement B.
Dans l'ensemble de l'exercice on arrondira, si nécessaire, les résultats au centième.

1. À l'aide des données de l'énoncé :
   - **a.** Donner la valeur de la probabilité $P_T(C)$ de l'évènement C sachant que l'évènement T est réalisé.
   - **b.** Justifier que la probabilité $P(T)$ de l'évènement T vaut $0,4$.
2. **a.** Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous correspondant à la situation décrite dans l'énoncé. Seules les valeurs représentées par des pointillés sont attendues.



   - **b.** Montrer que la probabilité que le festival était un festival ayant une thématique unique et proposait de la musique de chambre dans sa programmation est égale à $0,14$.
3. Selon l'étude, 39 % des festivals proposaient de la musique de chambre dans leur programmation.
   - **a.** Montrer que $P\left(\overline{T} \cap C\right)$ est égale à $0,25$.
   - **b.** En déduire la probabilité que le festival ait proposé de la musique de chambre sachant que ce festival n'avait pas une thématique unique.

EXERCICE 3 PORTANT SUR L'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE **7 points**

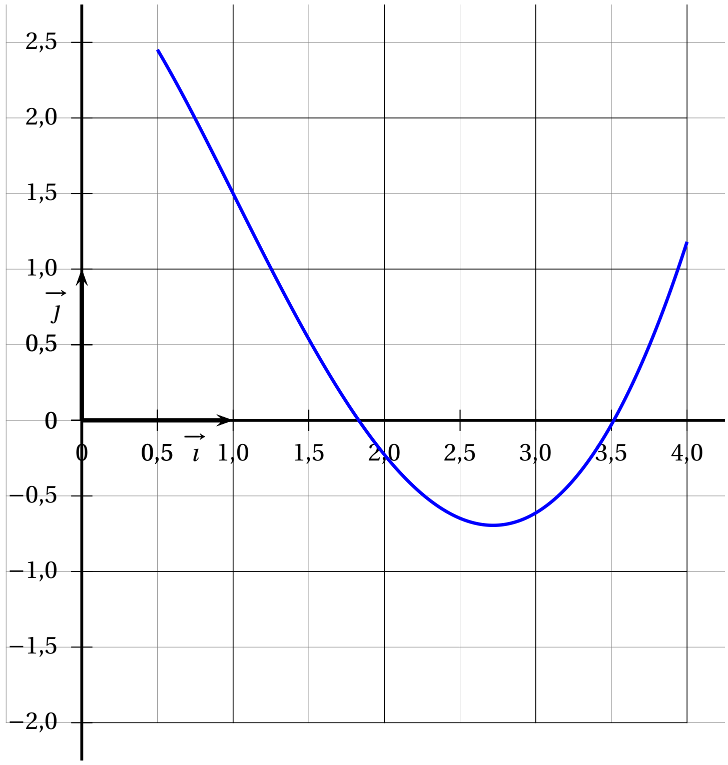
Cet exercice comporte deux parties qui peuvent être traitées indépendamment

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0,5 ; 4]$. On désigne par f' sa fonction dérivée.
On note $\mathscr{C}_f$ la représentation graphique de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

Partie 1 : Lecture graphique

On donne ci-dessous la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ de la fonction f dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.
Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par la lecture du graphique. Aucune justification n'est attendue.

1. Déterminer les valeurs de $f(1)$ et de $f(3)$.
2. Estimer $f'(1)$ le nombre dérivée de f en 1.
3. Construire le tableau de signes de f', la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,4]$.



Partie 2 : Étude de la fonction f

On désigne par ln la fonction logarithme népérien.
On note e l'unique nombre réel vérifiant $\ln(\mathrm{e}) = 1$.
La fonction f est définie sur l'intervalle $[0,5\,;\,4]$ par :

$$f(x) = x^2 \ln x - 1,5x^2 + 3.$$

1. Calculer les valeurs exactes de $f(1)$ et $f(\mathrm{e})$.
2. Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[0,5\,;\,4]$ on a :

$$f'(x) = 2x(\ln x - 1).$$

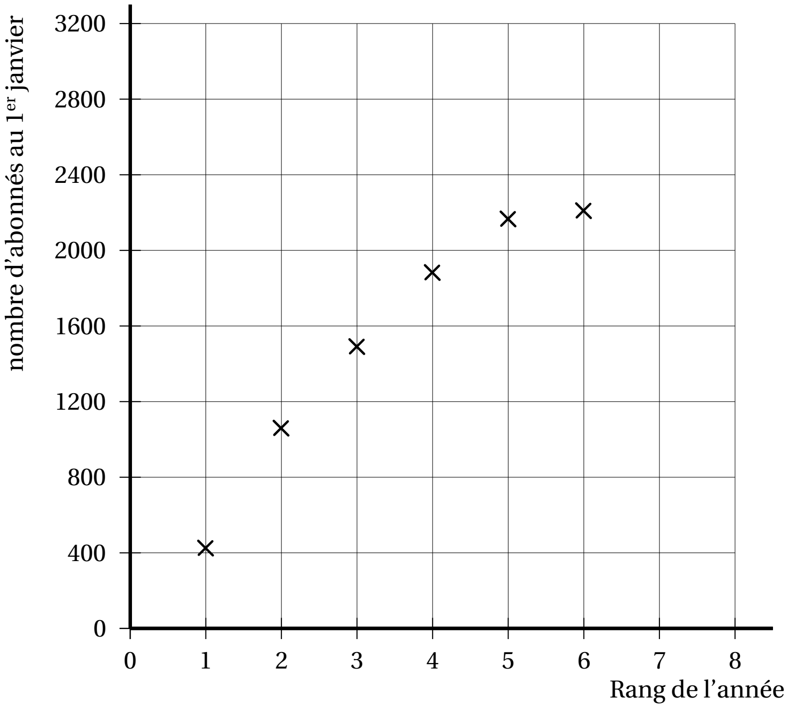
3. Construire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0,5\,;\,4]$.
4. On désigne par A le point de la courbe $\mathscr{C}_f$ d'abscisse 1. On note T la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point A.
   Déterminer une équation de la droite T.

EXERCICE 4 PORTANT SUR L'ENSEIGNEMENT RENFORCÉ **7 points**

La rédaction d'un magazine culturel se réunit pour évoquer l'évolution du nombre d'abonnés depuis sa création et établir des prévisions sur cette évolution. Les données sur les six dernières années sont indiquées dans le tableau suivant :

Année	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Rang de l'année : x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'abonnés au 1^er^ janvier : y_i	427	1 052	1 483	1 875	2 158	2 202

Le nuage de points de coordonnées $(x_i\ ;\ y_i)$ associé à cette série est représenté ci-dessous :



Partie 1
Dans un premier temps le modèle retenu par la rédaction est un ajustement affine.

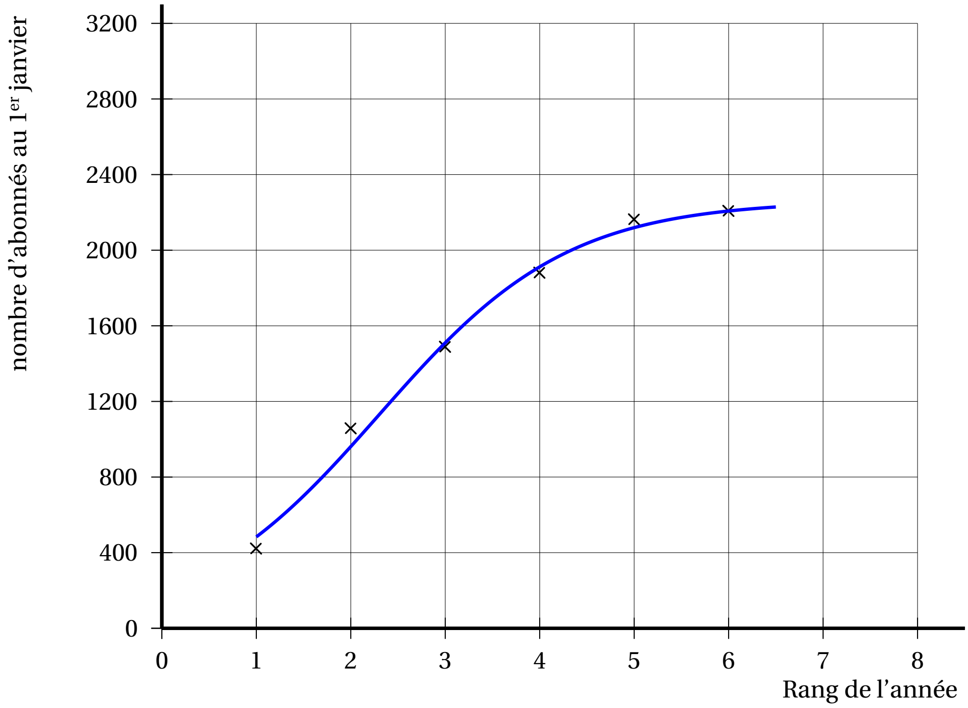
1. En utilisant la calculatrice, donner l'équation de la forme $y = ax + b$ de la droite $\mathcal{D}$ d'ajustement de y en x du nuage de points, obtenue par la méthode des moindres carrés.
   Aucune justification n'est demandée. Les valeurs de a et b seront arrondies à l'unité.
2. À l'aide de ce modèle et en expliquant la démarche :
   a. Déterminer une estimation du nombre d'abonnés au 1$^{\text{er}}$ janvier en 2018.
   b. Déterminer une estimation de l'année à partir de laquelle le nombre d'abonnés au 1$^{\text{er}}$ janvier sera supérieur à 4 000.

Partie 2

Un journaliste de la rédaction fait remarquer que le dernier point du nuage se distingue.
La rédaction choisit de modéliser l'évolution du nombre d'abonnés au 1$^{\text{er}}$ janvier jusqu'en 2030 par la fonction f définie sur l'intervalle $[1\,;\,20]$ par

$$f(x) = 2\,262\frac{\mathrm{e}^x}{\mathrm{e}^x + 10},$$

où x modélise le rang de l'année mesuré à partir de 2010.
Ainsi, pour n entier naturel non nul et inférieur ou égal à 20, $f(n)$ est une estimation du nombre d'abonnés au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2010 + n$.
Une partie de la représentation graphique de la fonction f est tracée ci-dessous avec le nuage points associé à la série :



1. Estimer pour ce modèle le nombre d'abonnés au 1er janvier 2018.

2. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[1\,;\,20]$.
Montrer que pour tout réel x de l'intervalle $[1\,;\,20]$ on a :

$$f'(x) = 22\,620\frac{\mathrm{e}^{x}}{\left(\mathrm{e}^{x}+10\right)^{2}}.$$

3. En déduire le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,20]$.

4. Un journaliste affirme que selon ce modèle, le nombre d'abonnés au 1er janvier ne dépassera jamais 2 300 avant 2030. Cette affirmation est-elle exacte ?