☙ Baccalauréat Métropole 17 juin 2015 ❧
Technique de la musique et de la danse

Le candidat traitera trois exercices :

- Obligatoirement l'exercice 1
- Obligatoirement l'exercice 2
- Au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

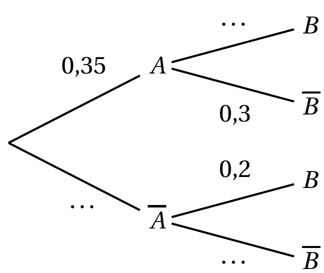
EXERCICE 1 **6 points**

Pour chaque question, une seule des réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie, sans justification, le numéro de la question suivi de la réponse choisie. Chaque réponse juste rapporte un point. Une mauvaise réponse, une absence de réponse ou plusieurs réponses ne donne aucun point et n'en enlève aucun.

Les parties I et II sont indépendantes.

Partie I

L'arbre pondéré ci-dessous a été construit à partir d'une expérience aléatoire. On désigne par A et B deux évènements, $\overline{A}$ et $\overline{B}$ leurs évènements contraires.



Les valeurs des probabilités proposées ci-dessous ont été arrondies à $0,001$ *près si nécessaire.*

1. La probabilité de l'évènement $A \cap B$ est :

a. 0,105 **b.** 0,7 **c.** 0,245

2. La probabilité de l'évènement B est :

a. 0,375 **b.** 0,9 **c.** 0,395

3. La probabilité de l'évènement A, sachant que l'évènement B est réalisé, est :

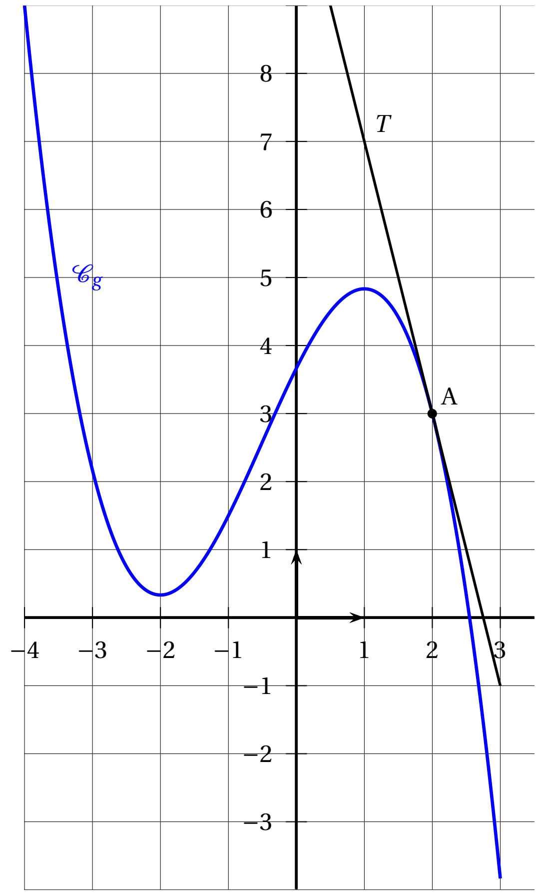
a. 0,245 **b.** 0,653 **c.** 0,7

Partie II

On considère une fonction g définie sur l'intervalle $[-4~;~3]$.

On a tracé sa représentation graphique $\mathscr{C}_g$ ci-contre dans un repère du plan ainsi que la tangente T à cette courbe au point A d'abscisse 2.

On note g' la fonction dérivée de g sur l'intervalle $[-4~;~3]$.



1. Sur l'intervalle $[-4~;~3]$ l'équation $g(x) = 1$ admet

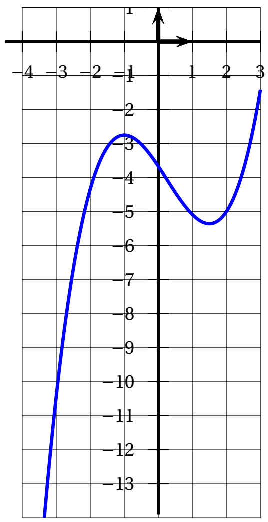
a. 1 solution **b.** 3 solutions **c.** 4 solutions

2. Le nombre dérivé de la fonction g en 2, $g'(2)$, vaut

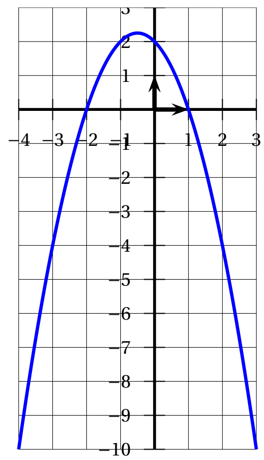
a. -4 **b.** $-\dfrac{1}{4}$ **b.** 3

3. Parmi les représentations graphiques ci-dessous, une courbe pouvant représenter la fonction dérivée g' est

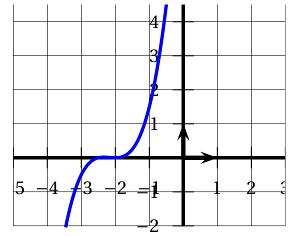
a. la courbe 1



b. la courbe 2



c. la courbe 3



EXERCICE 2 — 7 points

- On désigne par log la fonction logarithme décimal.
- Si un son possède une intensité sonore I (exprimée en W.m^{-2}), son niveau sonore $L(I)$ est exprimé en décibels (dB) par $L(I) = 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$ avec
$I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2}.
- La différence de hauteur entre deux notes de fréquences f_1 et f_2 (avec $f_1 < f_2$) exprimées en hertz (Hz) est le nombre $1\,000\log\left(\dfrac{f_2}{f_1}\right)$ exprimé en savarts.
- Les questions font référence à la gamme de tempérament égal.

Dans cette gamme :

— L'octave est divisée en douze demi-tons égaux séparant les notes ; cela se traduit mathématiquement par le fait que la suite des fréquences des notes est géométrique de raison q, où q est le nombre réel strictement positif tel que : $q^{12} = 2$.

— Les notes d'une octave sont : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI.

— À chaque octave est associé un indice n, qui est un entier naturel ; les notes d'une octave portent l'indice de cette octave ; ainsi LA$_3$ correspond à la note LA de l'octave d'indice 3 et LA$_4$ correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au-dessus de l'octave d'indice 3.

— La fréquence de la note LA$_3$ est 440 Hz.

— Une tierce majeure contient 4 demi-tons, une quarte contient 5 demi-tons.

1. On rajoute une quarte à la note LA$_3$.

a. Quelle est la note obtenue ?

b. Calculer la fréquence, exprimée en hertz, de la note obtenue. Donner une réponse arrondie à l'unité.

2. Julien prétend qu'en ajoutant des tierces majeures à la note DO, il peut obtenir toutes les notes (DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI). Julien a-t-il raison ?
Justifier votre réponse.

3. Une guitare classique a un niveau sonore d'environ 85 dB. Quelle est son intensité sonore I_G exprimée en W.m^{-2} ?

4. À partir du LA$_3$ on monte jusqu'à une note de fréquence 987 Hz.

a. De combien de demi-tons est-on monté ?

b. Calculer, en savarts, la différence de hauteur entre ces deux notes. Arrondir à l'unité.

EXERCICE 3 Enseignement obligatoire (au choix) **7 points**

On désigne par I l'intervalle $[1\,;7]$.
On considère la fonction f définie sur l'intervalle I par :

$$f(x) = \frac{x^2}{2}\left(\frac{3}{2} - \ln(x)\right)$$

où $\ln(x)$ désigne le logarithme népérien du nombre réel x.
On note e le nombre réel vérifiant $\ln(\mathrm{e}) = 1$.
On appelle $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 1 centimètre.

1. Déterminer la valeur exacte de $f(1)$ et de $f(\mathrm{e})$.
2. On désigne par f' la fonction dérivée de f.
   a. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle I, $f'(x) = x(1-\ln(x))$.
   b. Résoudre dans l'intervalle I,
   - l'équation $1-\ln(x) = 0$
   - puis l'inéquation $1-\ln(x) > 0$

   c. Dresser le tableau des variations de la fonction f sur I.
3. On note (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 1.
   a. Préciser le coefficient directeur de la droite (T).
   b. Déterminer une équation de la tangente (T).
4. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous : on donnera les valeurs approchées arrondies au centième.

x	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$							

5. Dans le repère $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente (T) sur une feuille de papier millimétré.
6. **a.** Résoudre par le calcul l'équation $f(x) = 0$, dans l'intervalle I.
   b. En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x dans l'intervalle I.

EXERCICE 3 Enseignement renforcé (au choix) **7 points**

On désigne par I l'intervalle $[-1\,;\,2]$ et on note e le nombre réel vérifiant $\ln(\mathrm{e}) = 1$.

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle I par :

$$f(x) = \mathrm{e}x - \mathrm{e}^x + 2.$$

On note f' la fonction dérivée de f et $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan rapporté au repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$, d'unité graphique 2 centimètres.

1. Vérifier que $f(0) = 1$.
2. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle I.
3. **a.** Résoudre dans l'intervalle I,

- l'équation $\mathrm{e} - \mathrm{e}^x = 0$
- puis l'inéquation $\mathrm{e} - \mathrm{e}^x > 0$.

b. Établir le tableau de variation de f.

c. La courbe $\mathscr{C}$ admet-elle une tangente parallèle à l'axe des abscisses ? Si oui, préciser en quel(s) pointes).

d. Recopier et compléter le tableau suivant en donnant les valeurs approchées au centième près :

x	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$			1				

4. Dans le repère $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$, tracer la courbe $\mathscr{C}$ sur une feuille de papier millimétré.

5. a. Montrer que la fonction F définie sur l'intervalle I par

$$F(x) = \mathrm{e}\frac{x^2}{2} - \mathrm{e}^x + 2x$$

est une primitive de la fonction f.

b. Hachurer sur le graphique le domaine délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 2$.

c. Calculer l'aire exacte en cm^2 de ce domaine puis en donner une valeur approchée au mm^2 près.