Baccalauréat technique de la musique et de la danse
Métropole juin 2009

EXERCICE 1 **5 points**

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie, sans justification, la réponse choisie.
Chaque réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou une absence de réponse est comptée* 0 *point.*

Une boîte de jeu est constituée de cartes comportant chacune une question. Chaque question porte soit sur le thème « Musique », soit sur le thème « Danse ». Le quart des questions porte sur le thème « Musique » et le reste porte sur le thème « Danse ». Claire et Élise, deux élèves de Terminale TMD, jouent à ce jeu. Élise tire une carte au hasard dans la boîte, puis pose la question à Claire. Chaque carte a la même probabilité d'être tirée.
On sait que :

- Lorsque l'on pose à Claire une question sur le thème « Danse », la probabilité que Claire réponde correctement est $\frac{3}{5}$.
- Lorsque l'on pose à Claire une question sur le thème « Musique », la probabilité que Claire réponde correctement est $\frac{2}{3}$.

On considère les évènements suivants :

— D : « la question posée porte sur le thème Danse » ;
— M : « la question posée porte sur le thème Musique » ;
— C : « Claire répond correctement à la question posée ».

Dans cet exercice, A et B étant deux évènements, la probabilité de l'évènement A se note $P(A)$ et la probabilité conditionnelle de l'évènement A sachant B se note $P_B(A)$.

On pourra s'aider d'un arbre de probabilité.

1. La probabilité que la question posée à Claire porte sur le thème « Musique » est :

a. $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{1}{4}$ **c.** $\frac{2}{3}$

2. La fraction $\frac{2}{3}$ de l'énoncé est égale à la probabilité :

a. $P(C \cap M)$ **b.** $P_{\text{C}}(M)$ **c.** $P_M(C)$

3. La probabilité que la question posée porte sur le thème « Musique » et que Claire y réponde correctement est :

a. $\frac{1}{6}$ **b.** $\frac{3}{4}$ **c.** $\frac{1}{2}$

4. La probabilité que Claire ne réponde pas correctement à la question posée

a. $\frac{37}{60}$ **b.** $\frac{23}{60}$ **c.** $\frac{1}{12}$

5. Sachant que Claire n'a pas répondu correctement à la question posée, la probabilité pour que la question posée porte sur le thème « Musique » est :

a. $\frac{5}{23}$ **b.** $\frac{1}{12}$ **c.** $\frac{1}{3}$

EXERCICE 2 **8 points**

- Dans la gamme de tempérament égal :

— l'octave est divisée en 12 demi-tons par le fait que la suite des fréquences des notes est une suite géométrique de raison q, où q est le nombre réel strictement positif tel que $q^{12} = 2$;
— une quinte juste contient sept demi-tons ;
— les notes d'une octave sont : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI ;
— à chaque octave est associé un indice n entier naturel ; les notes d'une octave portent l'indice de cette octave ; ainsi LA_3 correspond à la note LA de l'octave d'indice 3 et LA_4 correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au dessus de l'octave d'indice 3 ;
— la fréquence, exprimée en hertz (Hz), de la note LA_3 est 440.

• On rappelle que log désigne la fonction logarithme décimal et que pour tous réels a et b strictement positifs :

$$\log(ab) = \log a + \log b \quad \text{et} \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

• Un son d'intensité sonore I, exprimée en W.m^{-2}, a un niveau sonore $\text{L}(I)$, exprimé en décibels (dB), défini par $\text{L}(I) = 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$ où $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2}.

Les questions l, 2 et 3 concernent la gamme de tempérament égal.

1. On ajoute une quinte juste à la note LA_3·
  a. Quelle note obtient-on ?
  b. Calculer la fréquence, exprimée en hertz, de la note obtenue. Donner la valeur arrondie à l'unité.

2. En ajoutant une quinte juste à une note, on obtient la note LA_3.
  a. De quelle note est-on parti ?
  b. Calculer la fréquence, exprimée en hertz, de cette note. Donner la valeur arrondie à l'unité.

3. Le rapport de fréquences f_1 et f_2, exprimées en hertz, de deux notes est de l'ordre de 2,378 4.
  On désigne par n le nombre de demi-tons qui séparent les deux notes.
  a. Démontrer que résoudre l'équation $2^{\frac{n}{12}} = 2{,}3784$ permet de trouver le nombre n.
  b. En déduire le nombre entier n.

4. Un son a une intensité sonore I_1, égale à $3,7 \times 10^{-6}$ W.m^{-2}. Calculer son niveau sonore $\text{L}(I_1)$. On donnera le résultat à 1 dB près.

5. Un son d'intensité sonore I_2 a un niveau sonore $\text{L}(I_2)$ égal à 45 dB. Déterminer une valeur approchée à 10^{-8} près de l'intensité sonore I_2 exprimée en W.m^{-2}.

EXERCICE 3 **7 points**

Enseignement obligatoire (au choix)

On désigne par I l'intervalle $[1 ; 9]$.

On considère la fonction f définie, pour tout réel x de l'intervalle I, par :

$$f(x) = 10 \times \frac{\ln(x) - 1}{x} \quad \text{où } \ln(x) \text{ désigne le logarithme népérien du nombre } x.$$

On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle I et par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

1. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle I, $f'(x) = 10 \times \dfrac{2 - \ln(x)}{x^2}$.

2. **a.** Résoudre, dans l'intervalle I, l'équation $2 - \ln(x) = 0$ puis l'inéquation $2 - \ln(x) > 0$.

b. En déduire, pour tout réel x de l'intervalle I, le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de la fonction f.

3. **a.** Résoudre, dans l'intervalle I, l'équation $f(x) = 0$. Donner la valeur exacte de la solution.

b. Que peut-on en déduire graphiquement pour la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f ?

4. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant. On donnera dans chaque cas la valeur décimale arrondie au centième.

x	1	2	e	3	4	5	7	9
$f(x)$								

5. Construire, dans le repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm, la courbe $\mathcal{C}$, ainsi que la tangente parallèle à l'axe des abscisses.

EXERCICE 4 — 7 points

Enseignement renforcé (au choix)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$ où l'unité graphique est 2 cm.

1. On considère le point M_1 d'affixe $z_1 = 1 - \text{i}$.

a. Placer le point M_1 dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

b. Calculer le module et un argument du nombre complexe z_1.

2. On considère le nombre complexe z_2 de module 2 et d'argument $\dfrac{\pi}{3}$ et M_2 le point d'affixe z_2.

a. Construire le point M_2 dans le repère $\left(\text{O}, \vec{u}, \vec{v}\right)$.
On laissera apparents les traits de construction.

b. Écrire le nombre complexe z_2 sous la forme algébrique $a + \text{i}b$ où a et b sont des nombres réels.

3. **a.** Démontrer que $\dfrac{z_2}{z_1} = \left(\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right) + \text{i}\left(\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$.

b. En utilisant le résultat de la question 1. b., prouver que le nombre complexe $\dfrac{z_2}{z_1}$ a pour module $\sqrt{2}$ et pour argument $\dfrac{7\pi}{12}$.

c. Déduire des questions précédentes les valeurs exactes de $\cos\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)$.