∽ Baccalauréat – Terminale TMD 10 septembre 2019 ∾

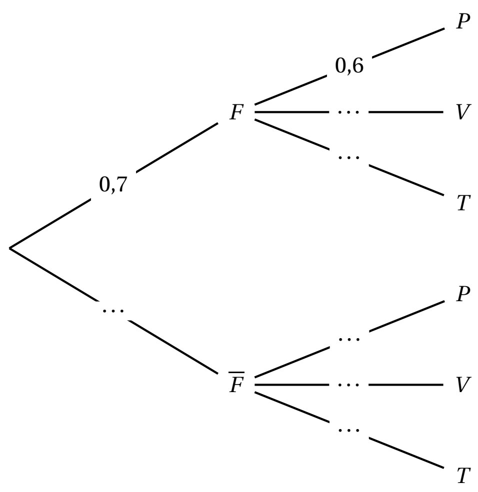
EXERCICE 1 **6 points**

À un concours de musique, 70 % des candidats sont des filles. Les candidats choisissent de jouer au concours soit du piano, soit du violon, soit de la flûte traversière. Parmi les filles, 60 % jouent du piano et 30 % du violon. Parmi les garçons, 70 % jouent du piano et 15 % du violon.
On choisit au hasard un candidat à ce concours et on note :

- F l'évènement « le candidat est une fille » ;
- T l'évènement « le candidat joue de la flûte traversière » ;
- V l'évènement « le candidat joue du violon » ;
- P l'évènement « le candidat joue du piano ».

On rappelle que B étant un évènement de probabilité non nulle, $P_B(A)$ est la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé. $\overline{B}$ est l'évènement contraire de B.

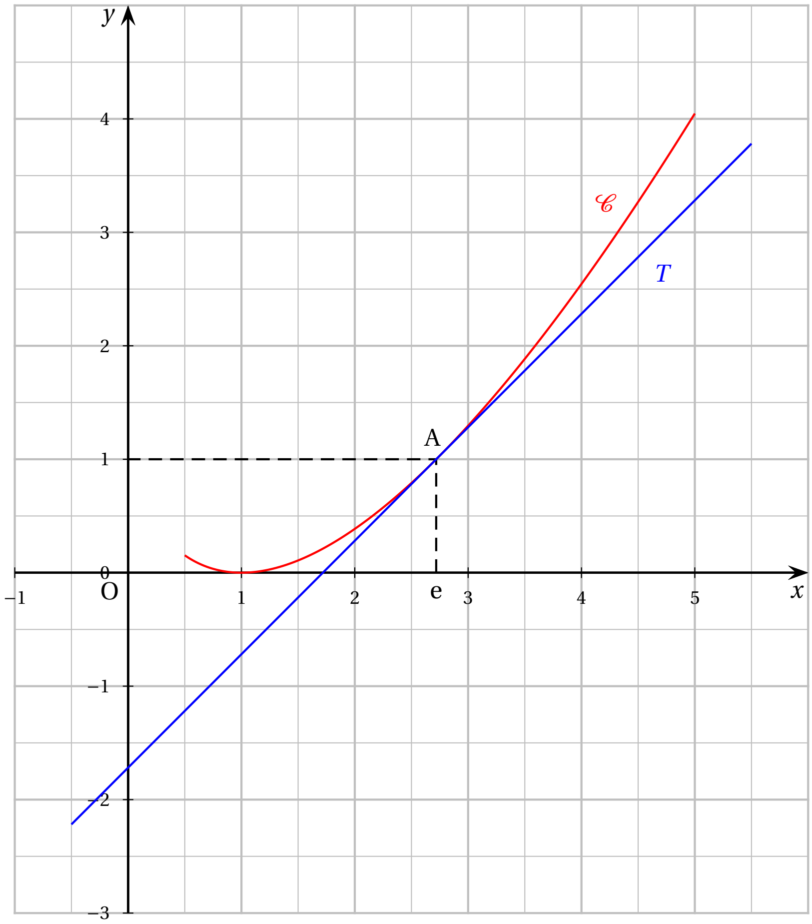
1. La situation de l'exercice est modélisée par l'arbre pondéré représenté ci-dessous. Reproduire cet arbre en complétant les probabilités manquantes.



2. À partir de l'énoncé, donner les probabilités suivantes :
   a. $P(F)$
   b. $P_F(P)$
3. Traduire par une phrase, dans le contexte de l'énoncé, l'évènement $F \cap T$ et calculer sa probabilité.
4. Justifier que la probabilité $P(T)$ est égale à 0,115.
5. Sachant que le candidat joue de la flûte traversière, calculer la probabilité que ce soit une fille. On donnera le résultat sous forme décimale arrondie au centième.

EXERCICE 2 **7 points**

Dans cet exercice, on note ln *la fonction logarithme népérien. On rappelle que* $\ln(\mathrm{e}) = 1$.
On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\,;\,5\right]$. On désigne par f' sa fonction dérivée.
On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ ci-dessous.
La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $x = \mathrm{e}$.



1. Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par la lecture du graphique. Aucune justification ni aucun calcul ne sont attendus.

a. Donner la valeur de $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

b. Donner l'antécédent de 2 par f sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}~;~5\right]$.

c. Donner l'ordonnée à l'origine de la droite T.

d. Donner le coefficient directeur de la droite T.

2. On admet dans toute la suite de l'exercice que la fonction f est définie sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}~;~5\right]$ par l'expression : $f(x) = x\ln(x) - x + 1$.
Justifier que $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}\ln(2) + \frac{1}{2}$.

3. Démontrer que pour tout réel x de l'intervalle $\left[\frac{1}{2}~;~5\right]$, $f'(x) = \ln(x)$.

4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $\left[\frac{1}{2}~;~5\right]$, puis construire le tableau de variations de la fonction f sur $\left[\frac{1}{2}~;~5\right]$.

5. Justifier que l'équation $f(x) = 2$ admet une unique solution α appartenant à l'intervalle $[1~;~5]$.

6. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $x = \mathrm{e}$.

EXERCICE 3 – Obligatoire **7 points**

Rappels

- Dans la gamme de tempérament égal, l'octave est divisée en 12 demi-tons égaux séparant les notes : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI.
  Quand on monte d'un demi-ton, la fréquence de la note, exprimées en hertz (Hz), est multipliée par $q = 2^{\frac{1}{12}}$.
- À chaque octave est associée un entier naturel n appelé indice et les notes d'une octave portent l'indice de cette octave. Ainsi le LA_3 (le LA du diapason) correspond à la note LA de l'octave d'indice 3, le LA_4 correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au-dessus de l'octave d'indice 3.
  La fréquence de LA_3 est 440 Hz.
- Si un son possède une intensité sonore I (exprimée en W.m^{-2}), son niveau sonore est exprimé en décibels (dB) par :

$$N(I) = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \text{ où } I_0 = 10^{-12}\text{W.m}^{-2} \text{ et log désigne la fonction logarithme décimal.}$$

- On rappelle que les intensités sonores s'ajoutent.
- Pour deux notes de fréquences respectives f_1 et f_2, avec $f_2 \geqslant f_1$, la différence de hauteur de ces notes, exprimée en savarts, est égale à $1\,000\log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$.
- Une quarte juste contient cinq demi-tons. Une quinte juste en contient sept.

1. **a.** À partir du LA_3 , on monte de trois quartes justes. Justifier que la note obtenue est le DO_5.
   b. Montrer que la fréquence de la note obtenue est égale à 1 047 Hz, arrondie à l'unité.
   c. Calculer la différence de hauteur, exprimée en savarts et arrondie à l'unité, entre ces deux notes.
2. On admet que l'intensité sonore moyenne d'une guitare classique est égale à $3{,}2 \times 10^{-5}$ W.m^{-2}. Calculer le niveau sonore moyen d'une guitare classique, arrondi à l'unité.
3. On admet que le niveau sonore moyen d'une clarinette est de 90 dB. Montrer que l'intensité sonore moyenne d'une clarinette est égale à 10^{-3} W.m^{-2}.
4. On admet que l'intensité sonore moyenne d'un trombone est égale à $3{,}2 \times 10^{-3}$ W.m^{-2}.
   Léa affirme qu'un pupitre de 8 clarinettes jouant ensemble, joue avec le même niveau sonore moyen qu'un pupitre de 3 trombones jouant ensemble.
   Indiquer si l'affirmation de Léa est juste. Justifier votre réponse.

EXERCICE 4 – Renforcé **7 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$.
On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
On considère les points A, B et C d'affixes respectives z_A, z_B et z_C définis par :

$$z_\text{A} = \sqrt{3} - \text{i}, \quad z_\text{B} = 3\text{i} \text{ et } z_\text{C} = z_\text{A} \times z_\text{B}.$$

Les constructions demandées dans la suite de l'exercice seront réalisées sur une même figure en prenant pour unité graphique 1 cm.

1. **a.** Placer le point B dans le repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$.
   b. Déterminer la forme exponentielle du nombre complexe z_B.
2. **a.** Calculer le module et un argument du nombre complexe z_A.
   b. Construire le point A dans le repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$.
3. **a.** Déterminer la forme exponentielle de z_C.
   b. Construire le point C dans le repère orthonormé $\left(\text{O}~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$.
   c. Justifier que le triangle AOC est rectangle en O.
   d. Calculer la longueur AC.