Baccalauréat technologique TMD Métropole
6 septembre 2018

Le candidat traitera **trois** EXERCICES :

- **Obligatoirement l'exercice1**
- **Obligatoirement l'exercice 2**
- **L'exercice** 3 (qui porte sur le programme de l'enseignement obligatoire)
  OU l'exercice 4 (qui porte sur le programme de l'enseignement renforcé.

Le candidat indiquera clairement son choix sur la copie.

L'annexe est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 **7 points**

Un club de loisirs propose des activités artistiques et compte 150 inscrits :

- 15 inscrits en chant ;
- 75 en danse ;
- 60 en graphisme.

Chaque inscrit pratique une et une seule activité.
Parmi les inscrits en chant, 40 % sont des filles.
Parmi les inscrits en danse, 68 % sont des filles.
Parmi les inscrits en graphisme, 20 % sont des filles.
On choisit au hasard un inscrit de ce club. Chaque inscrit a la même probabilité d'être choisi.
On note F l'évènement : « l'inscrit est une fille »,
C l'évènement : « l'inscrit pratique le chant »,
D l'évènement : « l'inscrit pratique la danse »,
G l'évènement : « l'inscrit pratique le graphisme ».

On note $p(A)$ la probabilité d'un évènement A.
B étant un évènement de probabilité non nulle, on note $p_B(A)$ la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.
On note $\overline{B}$ l'évènement contraire d'un évènement B.

1. Donner à partir de l'énoncé :
   a. La probabilité $P(G)$ de l'évènement G.
   b. La probabilité $P_G(F)$ de l'évènement F sachant que l'évènement G est réalisé.
2. Construire un arbre pondéré représentant la situation.
3. Calculer la probabilité que l'inscrit soit une fille et qu'elle pratique le chant.
4. Justifier que la probabilité que l'inscrit soit une fille est égale à $0,46$.
5. Sachant que l'inscrit est une fille, calculer la probabilité qu'elle pratique le chant. On arrondira le résultat à 10^{-3} près.
6. Les évènements D et F sont-ils indépendants ?

EXERCICE 2 **7 points**

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0;4]$ par

$$f(x) = \frac{x^3}{\mathrm{e}^x}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$.

1. On admet que f est dérivable sur l'intervalle $[0;4]$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.
   Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0;4]$, on a
   $$f'(x) = \frac{x^2(3-x)}{\mathrm{e}^x}.$$
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0;4]$.
3. Construire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0;4]$.
4. On admet que la courbe $\mathscr{C}$ possède deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses, l'une au point O origine du repère, l'autre en un point A.
   Déterminer les coordonnées exactes du point A.
5. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point B d'abscisse 2.
6. Recopier et compléter à l'aide de la calculatrice, le tableau de valeurs ci-dessous. On arrondira les résultats au dixième.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$					

7. **Sur la feuille de papier millimétré fournie, à rendre avec la copie**, représenter la droite T et la courbe $\mathscr{C}$ dans le repère orthogonal $\left(\mathrm{O}~;~\vec{\imath},~\vec{\jmath}\right)$ d'unités graphiques : 2 cm pour l'axe des abscisses et 5 cm pour l'axe des ordonnées. On pourra s'aider des tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points O et A.

EXERCICE 3 PORTANT SUR L'ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE **6 points**

Cet exercice est un QCM.
Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie, sans justification, le numéro de la question et la réponse choisie (a, b ou c). Chaque réponse exacte rapporte un point, une réponse fausse ou une absence de réponse est comptée zéro point. Une réponse multiple ne rapporte aucun point.

Rappels

- Dans la gamme de tempérament égal :
  - — Une octave est divisée en 12 demi-tons égaux séparant les notes. Quand on monte d'un demi- ton, la fréquence de la note est multipliée par $q = 2^{\frac{1}{12}}$
  - — Une quarte juste contient cinq demi-tons. Une quinte juste contient sept demi-tons.
  - — Les notes d'une octave sont : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI.
- Lorsque deux notes ont pour fréquence f_1 et f_2 avec $f_1 \leqslant f_2$ la différence de hauteur entre ces deux notes, exprimée en savarts, est égale à $10^3 \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$, où log désigne la fonction logarithme décimal.
- Si I est l'intensité sonore (exprimée en W.m^{-2}) d'un son, alors son niveau sonore, exprimé en décibels (dB), est $N(I) = 10\log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2}.
- Les intensités sonores s'ajoutent.

1. En partant de la note SI, on ajoute cinq quartes justes. La note obtenue est :

a. un SI **b.** un LA# **c.** un DO

2. On ajoute deux quintes justes à une note de fréquence f. La fréquence de la note obtenue est :

a. $f \times 2^{14}$ **b.** $f \times 2^{\frac{7}{6}}$ **c.** $14f$

3. On ajoute une octave à une note N_1. On obtient une note N_2. La mesure en savarts de la différence de hauteur entre les notes N_1 et N_2 est :

a. 2 000 **b.** $1\,000\log 2$ **c.** 2×10^3

4. L'intensité sonore correspondant à un niveau sonore de 70 décibels est :

a. 2×10^{-7} W.m^{-2} **b.** 10^{-5}W.m^{-2} **c.** 7 W.m^{-2}

5. L'intensité sonore d'un son est multipliée par 5. Le niveau sonore augmente de :

a. $10\log 5$ dB **b.** 10^5 dB **c.** 5 dB

6. En partant de la note RÉ, on ajoute n quintes, où n est un entier naturel. On obtient un DO#. L'entier n vérifie la congruence :

a. $5n \equiv 11$ (modulo 12) **b.** $7n \equiv 1$ (modulo 12) **c.** $7n \equiv 11$ (modulo 12)

EXERCICE 4 PORTANT SUR L'ENSEIGNEMENT RENFORCÉ **6 points**

Un diagnostic acoustique est réalisé dans une discothèque. Une mesure du niveau sonore moyen (en dB) est réalisée heure par heure à partir de 22 h.

La mesure réalisée entre 22 h et 23 h est celle de rang 1.

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

Plage horaire	22 h–23 h	23 h–0 h	0 h–1 h	1 h–2 h	2 h–3 h
Rang des mesures : x_i	1	2	3	4	5
Niveau sonore moyen (en dB) : y_i	90	93	95	97	100

Par exemple, le niveau sonore moyen entre 2 h et 3 h du matin correspond à la mesure de rang 5 et vaut 100 dB.

1. Représenter sur la **feuille annexe à rendre avec la copie**, le nuage de points $M_i\left(x_i\,;\,y_i\right)$ dans le repère orthogonal déjà construit.
2. On désigne par $\mathcal{D}$ la droite d'ajustement de y en x de cette série statistique, obtenue par la méthode des moindres carrés.

   À l'aide de la calculatrice, déterminer une équation de la droite $\mathcal{D}$.

   Cette équation sera donnée sous la forme $y = ax + b$. Aucune justification n'est demandée.
3. Représenter la droite $\mathcal{D}$ sur la **feuille annexe à rendre avec la copie**, dans le repère orthogonal déjà construit.
4. La réglementation impose, aux établissements ouverts au public et diffusant à titre habituel de la musique amplifiée, un niveau sonore moyen inférieur ou égal à 105 dB. On suppose que la discothèque respecte la réglementation jusqu'à sa fermeture qui a lieu à 7 h du matin.

   L'ajustement déterminé dans la question 2. semble-t-il adapté pour représenter l'évolution du niveau sonore de cette discothèque jusqu'à l'heure de sa fermeture ? Justifier la réponse.
5. On choisit dans cette question de modéliser l'évolution du niveau sonore moyen jusqu'à la fermeture de la discothèque par la fonction f qui est définie sur l'intervalle $[1\,;\,9]$ par

$$f(x) = 89,4 + 5,84\ln x,$$

   où x représente le rang de la mesure du niveau sonore moyen et ln la fonction logarithme népérien.

   Ainsi, selon ce modèle, pour n entier naturel compris entre 1 et 9, $f(n)$ est une estimation du niveau sonore moyen de la mesure de rang n.

   a. Déterminer le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[1\,;\,9]$.

   b. Justifier que selon ce modèle, le niveau sonore moyen jusqu'à la fermeture de la discothèque est toujours inférieur à 105 dB.

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 4 questions 1. et 3.