∽ Baccalauréat technique de la musique et de la danse ∽
Métropole juin 2006

EXERCICE 1 **6 points**

Pour chacune des questions 1 à 6, trois affirmations vous sont proposées dont une seule est exacte.
Indiquer sur la copie, pour chaque question, la bonne réponse.
On ne demande pas de justification.

Toute réponse bonne donne 1 *point ; toute mauvaise réponse enlève* 0,5 *point ; une absence de réponse ne donne aucun point et n'en enlève aucun.*
S'il est négatif, le total de l'exercice est ramené à 0.

Les six questions font référence à la **gamme de tempérament égal**.
On rappelle que, dans cette gamme :

— l'octave est divisée en douze demi-tons égaux séparant les notes ; cela se traduit mathématiquement par le fait que la suite des fréquences des notes est géométrique de raison q, où q est un nombre réel strictement positif tel que $q^{12} = 2$;
— une quinte juste contient sept demi-tons ;
— une quarte juste contient cinq demi-tons.

1. En partant de LA et en augmentant d'une quarte on obtient la note RÉ. Sachant que la fréquence du LA_3 est de 440 Hz, la fréquence du RÉ_4 est environ de :

a. 660,0 Hz **b.** 587,3 Hz **c.** 586,7 Hz

2. Dans cette gamme, le rapport des fréquences correspondant à une quinte juste ascendante est égal à :

a. $\dfrac{3}{2}$ **b.** $\sqrt[7]{2^{12}}$ **c.** $2^{\frac{7}{12}}$

3. Sachant que le rapport des fréquences de deux notes vaut environ 1,498 3 le nombre de demi-tons entre les deux notes est de :

a. 6 **b.** 7 **c.** 8

4. On considère la bande passante 20 à 20 000 Hz d'un appareil sonore.
Sachant que la fréquence du DO_3 est d'environ 262 Hz, le nombre de DO d'octaves différentes pouvant passer dans cet appareil est de :

a. 4 **b.** 7 **c.** 10

5. Si l'on additionne une fonction sinusoïdale de fréquence 110 Hz à une fonction sinusoïdale de fréquence 220 Hz, la fonction somme est :

a. Non périodique **b.** Périodique de fréquence 330 Hz **c.** Périodique de fréquence 110 Hz

6. En partant de RÉ et en augmentant de n quartes on obtient la note MI.
L'entier n est tel que :

a. $5n \equiv 2 \pmod{12}$ **b.** $2n \equiv 12 \pmod{5}$ **c.** $\log(5n) = \log 2 + k \log 12$, où k est un entier relatif

Rappels :

- log désigne le logarithme décimal.
- Si a, b et c sont des entiers non nuls, « a congru à b modulo c »s'écrit : $a \equiv b(\text{modulo}/ : c)$.

EXERCICE 2 **7 points**

La fonction f est définie sur l'intervalle $[-1 ; 4]$ par

$$f(x) = \frac{x^2}{\mathrm{e}^x}.$$

On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, d'unités graphiques 3 cm sur l'axe des abscisses et 6 cm sur l'axe des ordonnées.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f

  a. Montrer que pour tout x de l'intervalle $[-1 ; 4]$, $f'(x) = \dfrac{x(2-x)}{\mathrm{e}^x}$.

  b. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $[-1 ; 4]$.

  c. Dresser le tableau de variation de la fonction f.

2. **a.** Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{D}$ à la courbe $\mathcal{C}$ en son point A d'abscisse 1.

  b. Prouver que la droite $\mathcal{D}$ est confondue avec la droite (OA).

3. Calculer une valeur décimale approchée à 10^{-2} près de $f(x)$ pour les valeurs de x suivantes :

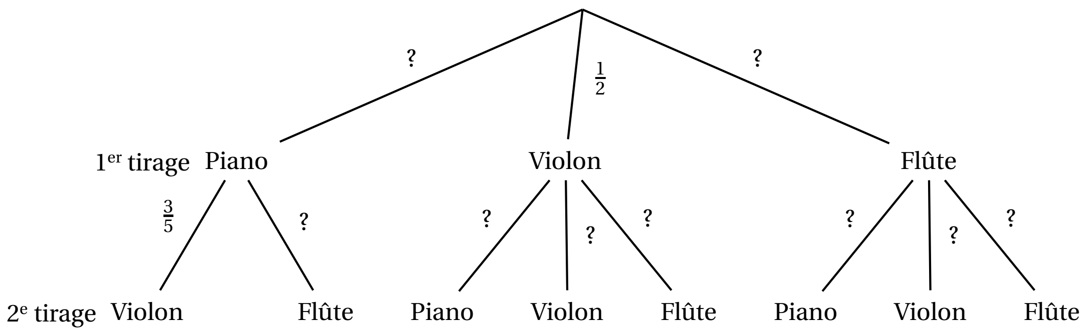
$$-1 ; -0,5 ; -0,25 ; 0 ; 0,25 ; 0,5 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4.$$

4. Construire, dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente $\mathcal{D}$.

EXERCICE 3 (au choix) Enseignement obligatoire **7 points**

Une classe de terminale TMD comporte un pianiste, trois violonistes et deux flûtistes ayant tous des noms différents.
On met les noms de ces six musiciens dans un chapeau et on tire, successivement et sans remise, deux noms au hasard. On s'intéresse à l'instrument dont joue chacun des musiciens tirés au sort.
On donnera les probabilités sous la forme de fractions irréductibles.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités suivant en remplaçant les points d'interrogation par les probabilités correspondantes.



2. Déterminer la probabilité de chacun des évènements suivants :

- A : « Les deux musiciens tirés au sort sont des violonistes ».
- B : « Les deux musiciens tirés au sort peuvent interpréter un duo violon-flûte ».
- C : « Les deux musiciens tirés au sort jouent du même instrument ».
- D : « Le deuxième musicien tiré au sort joue du violon ».

3. Sachant que le deuxième musicien tiré au sort joue du violon, déterminer la probabilité pour que le premier musicien tiré au sort joue également du violon.

Exercice 4 (au choix) Enseignement renforcé **7 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$ où l'unité graphique est de 4 cm. On considère le point M_1 d'affixe $z_1 = 1 + \text{i}$ et le point M_2 d'affixe $z_2 = \sqrt{3} - \text{i}$.

1. Calculer le nombre complexe $z_1 \times z_2$ sous forme algébrique.

2. **a.** Placer le point M_1 dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.

b. Vérifier que $\sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + \text{i}\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = 1 + \text{i}$.

c. Déterminer le module et un argument du nombre complexe z_1.

3. **a.** Vérifier que $2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}\text{i}\right) = \sqrt{3} - \text{i}$.

b. Déterminer le module et un argument du nombre complexe z_2.

c. Construire le point M_2 dans le repère $\left(\text{O}, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}\right)$.
On laissera apparents les traits de construction.

4. **a.** À l'aide des résultats établis dans les questions 2. c. et 3. b., déterminer le module et un argument du nombre complexe $z_1 \times z_2$.

b. En déduire que la forme algébrique du nombre complexe $z_1 \times z_2$ est :

$$2\sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + 2\text{i}\sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{12}\right).$$

c. Déterminer alors la valeur exacte de $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$.