Baccalauréat technique de la musique et de la danse juin 2013
Métropole

Le candidat traitera trois exercices :

- Obligatoirement l'exercice 1
- Obligatoirement l'exercice 2
- Au choix l'exercice 3 ou l'exercice 4

EXERCICE 1 **6 points**

Les membres de l'orchestre d'une ville se répartissent en deux catégories bien distinctes :

- un tiers sont des instrumentistes ;
- tous les autres sont des chanteurs.

D'autre part, on sait qu'un quart des instrumentistes et un dixième des chanteurs de cet orchestre sont solistes.
On choisit au hasard un membre de l'orchestre. Chaque membre de l'orchestre a la même probabilité d'être choisi.
On considère les évènements suivants :

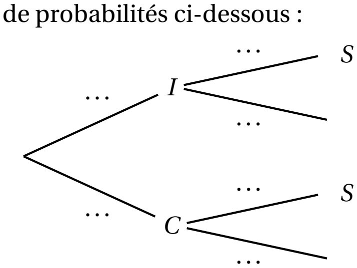
I = « la personne choisie est un instrumentiste »,

C = « la personne choisie est un chanteur »,

S = « la personne choisie est un soliste ».

On note $\overline{A}$ l'évènement contraire d'un évènement A et $p(A)$ la probabilité de l'évènement A.
Dans cet exercice les résultats seront donnés sous forme de fractions.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous :



2. **a.** Calculer la probabilité que la personne choisie soit un instrumentiste soliste.
   b. Calculer la probabilité que la personne choisie soit un soliste.
3. Les évènements I et S sont-ils indépendants ?
4. Calculer la probabilité que la personne choisie soit un chanteur sachant qu'elle n'est pas soliste.

EXERCICE 2 **8 points**

On désigne par I l'intervalle $[-1 ; 2]$.

Première partie

On considère la fonction g dérivable et définie sur l'intervalle I par

$$g(x) = \mathrm{e}^x - x + 1.$$

On désigne par g' la fonction dérivée de g.

1. **a.** Calculer, pour tout x appartenant à l'intervalle I, $g'(x)$.
   b. Résoudre dans l'intervalle I l'inéquation : $\mathrm{e}^x - 1 > 0$.
2. **a.** Dresser le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle I.
   b. Montrer que, pour tout x appartenant à I, $g(x) > 0$.

Deuxième partie

On considère la fonction f dérivable et définie sur l'intervalle I par :

$$f(x) = x + 1 + \frac{x}{\mathrm{e}^x}.$$

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.
On désigne par f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle I, on a :

$$f'(x) = \frac{g(x)}{\mathrm{e}^x}.$$

2. En utilisant les résultats de la première partie, préciser le signe de f' sur l'intervalle I.
   En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle I.
   Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle I.
3. **a.** Déterminer une équation de (T) la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.
   b. Recopier et compléter le tableau suivant (on arrondira les valeurs au centième).

x	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$							

   c. Tracer la courbe $\mathscr{C}$ et la tangente (T) dans le repère $\left(\mathrm{O}\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ sur une feuille de papier millimétré fournie.

EXERCICE 3 Enseignement obligatoire (au choix) **6 points**

On rappelle que :

- On désigne par log la fonction logarithme décimal. On rappelle que pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, on a : $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$.
- Si un son possède une intensité sonore I (exprimée en W.m$^-2$), son niveau sonore $L(I)$ est exprimé en décibels (dB) par $L(I) = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right)$ avec $I_0 = 10^{-12}$ W.m^{-2}.
  On rappelle que les intensités sonores s'ajoutent.
- Pour deux sons ayant respectivement pour fréquences, exprimées en hertz (Hz), f_1 et f_2 (avec $f_1 < f_2$) la mesure de l'intervalle entre les deux sons s'exprime en savarts par $10^3\log\left(\frac{f_2}{f_1}\right)$.
- Les questions font référence à la gamme de tempérament égal.
  Dans cette gamme :
  — l'octave est divisée en douze demi-tons égaux séparant les notes ; cela se traduit mathématiquement par le fait que la suite des fréquences des notes est géométrique de raison q , où q est le nombre réel strictement positif tel que $q^{12} = 2$;
  — les notes d'une octave sont : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI ;
  — à chaque octave est associé un indice n entier naturel ; les notes d'une octave portent l'indice de cette octave ; ainsi LA$_3$ correspond à la note LA de l'octave d'indice 3 et LA$_4$ correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au-dessus de l'octave d'indice 3.

1. Une conversation à voix basse a une intensité sonore de 10^{-10} W.m^{-2}. Calculer le niveau sonore de cette conversation en dB.
2. Un marteau piqueur a un niveau sonore de 120 dB. Calculer l'intensité sonore de ce marteau piqueur en W.m^{-2}.
3. Un violon a un niveau sonore de 70 dB. Quel est le niveau sonore, en dB, de 10 violons identiques jouant ensemble ?
4. L'oreille humaine est capable de percevoir les sons dont la fréquence est comprise entre 20 Hz et 20 000 Hz. Quelle est, en savarts, la mesure de cet intervalle ?
5. Sachant que la fréquence (arrondie à 1 Hz près) du DO$_0$ est de 33 Hz, combien y a-t-il de DO différents audibles par l'oreille humaine ?
6. On sait que la fréquence du LA$_3$ est 440 Hz.
   On enregistre un son sur un oscilloscope et on obtient un signal périodique de période 18,2 millisecondes.
   Donner la fréquence du signal en hertz (arrondie à l'unité). En déduire la note émise.

EXERCICE 4 Enseignement renforcé (au choix) **6 points**

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.

On considère les points A et B d'affixes respectives :

$$z_A = 3 + i\sqrt{3} \quad \text{et} \quad z_B = -\sqrt{3} + 3i.$$

1. Placer les points A et B dans le repère $\left(O~;~\vec{u},~\vec{v}\right)$ et tracer le triangle OAB. Utiliser la feuille de papier millimétré fournie.
2. **a.** Montrer que la forme algébrique de $\dfrac{z_B}{z_A}$ est i.
   b. En déduire le module de $\dfrac{z_B}{z_A}$, puis l'égalité OA = OB.
3. **a.** Déterminer un argument de z_A.
   b. On admet qu'un argument de z_B est $\dfrac{2\pi}{3}$.
   Déterminer une mesure de l'angle $\widehat{AOB}$ (en radians),
4. Le triangle OAB est-il rectangle - isocèle ?