∽ Baccalauréat technologique Métropole ∽
Techniques de la musique et de la danse 19 juin 2018

Le candidat traitera **trois EXERCICES** :

- **Obligatoirement l'exercice 1**
- **Obligatoirement l'exercice 2**
- **L'exercice** 3 (qui porte sur le programme de l'enseignement obligatoire)
  OU l'exercice 4 (qui porte sur le programme de l'enseignement renforcé.

Le candidat indiquera clairement son choix sur la copie.

L'annexe en page 6 est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1 **(7 points)**

Une classe de Terminale TMD comporte des élèves musiciens et des élèves danseurs.
Pour les besoins d'une enquête, on a distribué un questionnaire concernant les loisirs à tous les élèves de cette classe. Tous y ont répondu.
Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées indépendamment.

Partie A :

Dans cette partie, on choisit un questionnaire au hasard parmi ceux des **élèves musiciens** interrogés.
On considère les évènements :

F : « le questionnaire est celui d'une fille » ;

L : « le questionnaire est celui d'un élève dont le loisir préféré est la lecture ».

On rappelle que B étant un évènement de probabilité non nulle, $P_B(A)$ est la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé. $\overline{B}$ est l'évènement contraire de B.

1. Compléter le tableau d'effectifs en **annexe page 6/6, à rendre avec la copie**.
   Dans toute la suite de cette partie les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.
2. **a.** Calculer la probabilité $P(F)$ de l'évènement F .
   b. Calculer la probabilité $P(L)$ de l'évènement L.
   c. Décrire par une phrase, dans le contexte de l'énoncé, l'évènement $F \cap L$ puis calculer sa probabilité.
   d. Les évènements F et L sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
3. **a.** Sachant que le questionnaire choisi est celui d'une fille, calculer la probabilité que ce soit celui d'un élève dont le loisir préféré est la lecture.
   b. Calculer $P_{\overline{F}}(L)$.

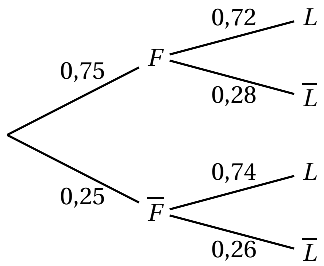
Partie B

Dans cette partie, on choisit un questionnaire au hasard parmi ceux des **élèves danseurs** interrogés.
On reprend les mêmes notations pour les évènements que dans la **partie A** c'est-à-dire :

F : « le questionnaire est celui d'une fille » ;

L : « le questionnaire est celui d'un élève dont le loisir préféré est la lecture ».

On admet que l'on peut modéliser cette expérience aléatoire par l'arbre de probabilités suivant :



Dans toute la suite de cette partie les résultats seront donnés sous forme décimale.

1. Par lecture de l'arbre, donner la probabilité que le questionnaire soit celui d'un élève dont le loisir préféré est la lecture sachant que c'est une fille.

2. Déterminer $P(L)$.

3. Le professeur de danse a calculé que parmi les lecteurs, 74 % d'entre eux sont des filles.
A-t-il raison ? Justifier.

EXERCICE 2 **6 points**

RAPPELS

- Dans la gamme de tempérament égal, l'octave est divisée en douze demi-tons égaux séparant les notes DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI. Quand on monte d'un demi-ton, la fréquence de la note, exprimée en hertz (Hz), est multipliée par $2^{\frac{1}{12}}$.
- À chaque octave est associé un indice n entier naturel et les notes d'une octave portent l'indice de cette octave. Ainsi LA_3 (le LA du diapason) correspond à la note LA de l'octave d'indice 3 et LA_4 correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au dessus de l'octave d'indice 3. La fréquence de la note LA_3 est égale à 440 Hz .
- La différence de hauteur, exprimée en savarts, entre deux notes de fréquences f_1 et f_2 exprimées en hertz (avec $f_1 > f_2$), est donnée par $1\,000\log\left(\frac{f_1}{f_2}\right)$, où log désigne la fonction logarithme décimal.
- Une quinte juste contient sept demi-tons.
- Lorsque deux entiers a et b ont le même reste dans la division euclidienne par 12, on dit que a est congru à b modulo 12 et on note $a \equiv b$ modulo 12.

Luc et Émilie sont frère et sœur ; ils aiment tous deux la musique et l'arithmétique.
Ils s'amusent parfois à inventer de petits jeux qui mêlent les deux disciplines.

1. Premier jeu : Luc propose une note. Émilie joue avec sa clarinette la note 3 quintes au dessus de celle proposée par Luc.

   a. Luc propose la note $\text{RÉ\#}_3$. Quelle est la note jouée par Émilie ?

   b. Si Émilie joue un SI_5, quelle est la note proposée par Luc ?

   c. Calculer la fréquence du $\text{RÉ\#}_3$; *le résultat sera arrondi à l'entier le plus proche.*

   d. Quel est le rapport de fréquence entre la note proposée par Luc et celle jouée par Émilie ?

   e. Calculer la différence de hauteur, en savarts, entre la note proposée par Luc et celle jouée par Émilie ; *le résultat sera arrondi à l'entier le plus proche.*

2. Deuxième jeu : Lorsque Luc joue une note, Émilie repère l'entier naturel n correspondant à cette note dans le tableau ci-dessous et calcule l'entier m compris entre 0 et 11 de la façon suivante :

$$m \equiv 5n + 1 \text{ modulo } 12.$$

Elle joue ensuite la note associée à m avec sa clarinette.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Note associé à n	DO	DO#	RÉ	RÉ#	MI	FA	FA#	SOL	SOL#	LA	LA#	SI

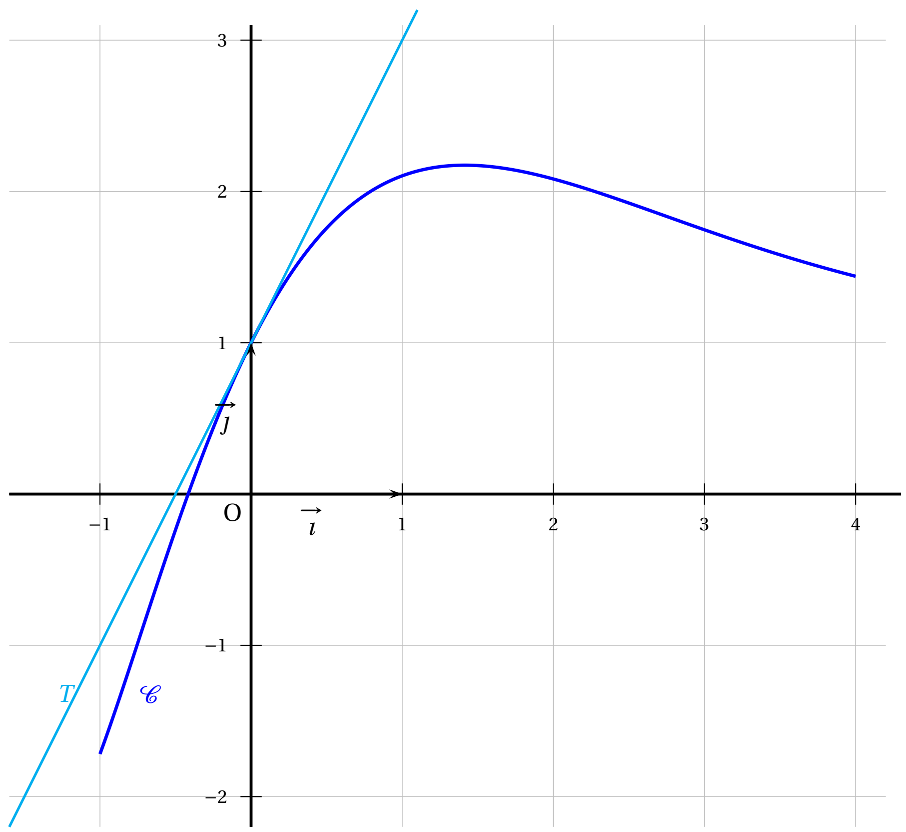
a. Luc joue un DO. Quelle est la note jouée par Émilie ?

b. Compléter le tableau en **annexe page 6/6, à rendre avec la copie**.

c. Émilie joue la phrase musicale suivante :
DO# — DO# — DO# — SI — LA — SI — DO# — LA — SI — SI — DO#.
Quelle était la phrase musicale jouée par Luc ?

EXERCICE 3 portant sur l'enseignement obligatoire **7 points**

On considère une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$. On désigne par f' sa fonction dérivée. On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthonormé $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ ci-dessous. La droite T est la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse $x = 0$.



Partie A : lecture graphique

Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par la lecture du graphique. Aucune justification ni aucun calcul ne sont attendus.

1. Quelle est la valeur maximale de la fonction f sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$?
   Pour quelle valeur est-elle atteinte ?
2. Résoudre l'équation $f(x) = -1$ sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$.
3. Quelle est la valeur de $f'(0)$?

Partie B : étude de la fonction f

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+2x}{\mathrm{e}^x} + 1.$$

1. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs présenté en **annexe page 6/6, à rendre avec la copie**. Ces valeurs seront arrondies au **centième**.
2. Démontrer que pour tout nombre réel x de l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$:

$$f(x) = \frac{2-x^2}{\mathrm{e}^x}.$$

3. **a.** Justifier que $2-x^2 = \left(\sqrt{2}-x\right)\left(\sqrt{2}+x\right)$.

   b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$.

   c. Donner les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$.

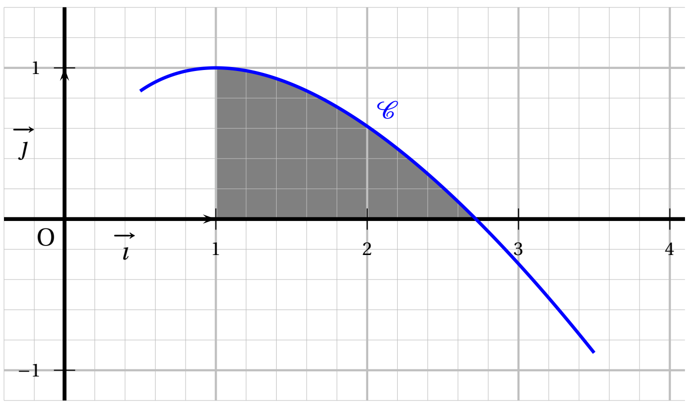
   d. En déduire que f admet sur l'intervalle $[-1\ ;\ 4]$ une valeur maximale dont on déterminera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.
4. Calculer la valeur exacte de $f'(0)$, le nombre dérivé de f en 0.
5. La courbe $\mathscr{C}$ admet une tangente T au point A d'abscisse 0.
   Déterminer une équation de la droite T .

EXERCICE 4 portant sur l'enseignement renforcé **7 points**

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0{,}5\ ;\ 3{,}5]$, d'expression :

$$f(x) = x - x\ln(x) \text{ où } \ln \text{ représente le logarithme népérien du nombre } x.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.



1. Calculer la valeur exacte du nombre $f(\mathrm{e})$.
2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

   a. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0{,}5\ ;\ 3{,}5]$, $f'(x) = -\ln(x)$.

   b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle $[0{,}5\ ;\ 3{,}5]$.

   c. Donner le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}5\ ;\ 3{,}5]$.
3. Justifier que $f(x)$ est positif, pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\ ;\ \mathrm{e}]$.

4. Par lecture graphique, donner un encadrement en unités d'aire par deux entiers consécutifs de l'aire grisée.

5. **a.** On considère la fonction F définie, pour tout réel x de l'intervalle $[0{,}5~;~3{,}5]$, par :

$$F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{x^2}{2}\ln(x)$$

Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}5~;~3{,}5]$.

b. On considère l'intégrale K définie par :

$$K = \int_1^{\mathrm{e}} f(x)\,\mathrm{d}x$$

Calculer la valeur exacte de cette intégrale K et en donner une valeur approchée au centième.

c. On considère la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, les droites d'équations $x = 1$, $x = \mathrm{e}$ et la courbe $\mathscr{C}$.

On désigne par A la mesure, exprimée en cm^2, de l'aire de cette partie du plan.

Donner une valeur arrondie au centième de A en cm^2.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 1
Partie A
Question 1 : tableau d'effectifs

	Le loisir préféré est la lecture	Le loisir préféré n'est pas la lecture	Total
Nombre de filles		2	4
Nombre de garçons	1		
Total			9

EXERCICE 2
Question 2. b.

Note proposée par Luc	DO	DO#	RÉ	RÉ#	MI	FA	FA#	SOL	SOL#	LA	LA#	SI
n repéré par Émilie	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
m calculé par Émilie												8
Note jouée par Émilie												SOL#

EXERCICE 3
Partie B
Question 1 : tableau de valeurs (valeurs à arrondir au **centième**)

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$						