Baccalauréat technique de la musique et de la danse
Métropole septembre 2009

EXERCICE 1 **7 points**

Parmi les 250 partitions d'une bibliothèque, 75 proviennent de l'éditeur Andante et le reste provient d'autres maisons d'édition.
4 % des partitions qui proviennent de l'éditeur Andante comportent au moins une erreur. Parmi les partitions ne provenant pas de l'éditeur Andante, 161 ne comportent aucune erreur.

Un musicien choisit au hasard une partition de cette bibliothèque. Chaque partition a la même probabilité d'être choisie.
On considère les évènements suivants :

A : « la partition choisie provient de chez Andante » ;
E : « la partition choisie comporte au moins une erreur ».

Les probabilités seront données sous forme décimale.

1. Donner la probabilité de l'évènement A et celle de son événement contraire $\overline{A}$.
2. Sachant que la partition choisie ne provient pas de chez Andante, démontrer que la probabilité que cette partition comporte au moins une erreur est égale à $0,08$.
3. Construire un arbre de probabilité traduisant la situation.
4. Calculer la probabilité de l'évènement « la partition choisie provient de chez Andante et comporte au moins une erreur ».
5. Démontrer que la probabilité de l'évènement E est égale à $0,068$.
6. Sachant que la partition choisie comporte une erreur, calculer la probabilité que cette partition ne provienne pas de l'éditeur Andante. On donnera la valeur décimale arrondie au centième de la probabilité obtenue.

EXERCICE 2 **6 points**

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie, sans justification, la réponse choisie.
Chaque réponse exacte rapporte 1 *point, une réponse fausse ou une absence de réponse est comptée* 0 *point.*

Les questions font référence à la gamme de tempérament égal.
Dans cette gamme :

- l'octave est divisée en douze demi-tons égaux séparant les notes ; cela se traduit mathématiquement par le fait que la suite des fréquences des notes est géométrique de raison q, où q est le nombre réel strictement positif tel que $q^{12} = 2$;
- les notes d'une octave sont : DO, DO#, RÉ, RÉ#, MI, FA, FA#, SOL, SOL#, LA, LA#, SI ;
- à chaque octave est associé un indice n entier naturel ; les notes d'une octave portent l'indice de cette octave ; ainsi LA_3 correspond à la note LA de l'octave d'indice 3 et LA_4 correspond à la note LA de l'octave d'indice 4 située au dessus de l'octave d'indice 3 ;
- une quinte contient sept demi-tons ;
- la fréquence, exprimée en hertz, du LA_3 est de 440.

On considère un individu qui perçoit les sons dont la fréquence, exprimée en hertz, est comprise entre 50 et 15 000.

1. La fréquence, exprimée en hertz, de la note FA_5 est :

   a. 554 **b.** 1 397 **c.** 1 760

2. Le nombre de notes LA d'octaves différentes que l'individu peut percevoir est :

a. 7 **b.** 8 **c.** 9

3. La plus basse note audible pour cet individu est :

a. SOL_0 **b.** $SOL\#_0$ **c.** LA_0

4. Le nombre entier d'octaves commençant par DO que cet individu peut percevoir est :

a. 7 **b.** 8 **c.** 9

5. En ajoutant neuf quintes à la note DO_3 on trouve la note :

a. $DO\#_8$ **b.** $RÉ_8$ **c.** $RÉ\#_8$

6. En ajoutant n quintes à la note DO_3 on trouve un MI audible par l'individu considéré.
Le nombre n vaut :

a. 4 **b.** 5 **c.** 6

EXERCICE 3 Enseignement obligatoire (au choix) **7 points**

On désigne par I l'intervalle $[-2 ; 2]$.
On considère la fonction f définie, pour tout réel x de l'intervalle I, par

$$f(x) = \frac{x+2}{\mathrm{e}^x}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.

a. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle I, $f'(x) = \dfrac{-x-1}{\mathrm{e}^x}$.

b. Étudier, pour tout réel x de l'intervalle I, le signe de $f'(x)$.

c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle I.

2. Déterminer, sous la forme $y = ax + b$, l'équation de la tangente $\mathscr{T}$ à la courbe $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse 0.

3. Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant. On donnera dans chaque cas la valeur décimale arrondie au centième.

x	-2	$-1,8$	$-1,5$	-1	$-0,5$	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$										

4. Construire, dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 2 cm, la courbe $\mathscr{C}$, la tangente $\mathscr{T}$ ainsi que la tangente parallèle à l'axe des abscisses.

EXERCICE 4 Enseignement renforcé (au choix) **7 points**

On désigne par I l'intervalle $\left[0 ; \dfrac{\pi}{6}\right]$.
On considère la fonction f définie, pour tout réel x de l'intervalle I, par :

$$f(x) = 6\sin(2x) - 4\sin(3x).$$

On désigne par $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 10 cm.

1. Calculer $f(0)$, $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)$ et $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$.

2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle I. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle I, $f'(x) = 12[\cos(2x) - \cos(3x)]$.

3. **a.** Calculer $f'(0)$.

b. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle $\left]0\,;\,\dfrac{\pi}{6}\right]$, $\cos(2x) > \cos(3x)$.

En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle 1.

4. Construire dans le repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\,\vec{\imath},\,\vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 10 cm, la courbe $\mathscr{C}$ en indiquant les points de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisses 0, $\dfrac{\pi}{12}$ et $\dfrac{\pi}{6}$.

5. On considère la partie du plan délimitée par l'axe des abscisses, la droite passant par le point de coordonnées $\left(\dfrac{\pi}{6}\,;\,0\right)$ parallèle à l'axe des ordonnées et la courbe $\mathscr{C}$.

a. Hachurer cette partie du plan sur le graphique.

b. On désigne par $\mathscr{A}$ la mesure, en unités d'aire, de l'aire de la partie du plan hachurée.

Donner l'expression de la mesure $\mathscr{A}$ à l'aide d'une intégrale.

c. On considère la fonction F définie, pour tout réel x de l'intervalle I, par :

$$F(x) = -3\cos(2x) + \frac{4}{3}\cos(3x).$$

Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I.

d. En déduire la valeur exacte de la mesure $\mathscr{A}$.