Baccalauréat technique de la musique et de la danse
Métropole septembre 2006

EXERCICE 1 **6 points**

Pour chacune des questions 1 à 6, trois affirmations vous sont proposées dont une seule est exacte. Pour chaque question, indiquer sur la copie la réponse exacte.
Une bonne réponse rapporte 1 *point.*
Une réponse fausse enlève 0,5 *point.*
L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Le nombre réel $\ln\left(\text{e}^3\right) - \ln\left(\dfrac{1}{\text{e}^2}\right) + 2\ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{\text{e}}}\right)$ est égal à :	2	$\sqrt{\text{e}}$	4
2	L'équation $\ln\left(x^2\right) = 0$ a pour solution(s) dans $\mathbb{R}$:	0	e	-1 et 1
3	Une valeur approchée à l'unité près de $\ln\left(2^{10\,000}\right)$ est :	6 931	693	69 315
4	La dérivée g' de la fonction g définie sur l'intervalle $]0~;~+\infty[$ par $g(x) = x(\ln x - 1)$, est définie par :	$g'(x) = \ln x$	$g'(x) = \dfrac{1}{x} - 1$	$g'(x) = \ln x - 1$
5	Dans un repère, une équation de la tangente au point d'abscisse e à la courbe représentative de la fonction f définie sur l'intervalle $]0~;+\infty[$ par $f(x) = x + \ln x$ est :	$y = x + \text{e} + 1$	$y = (1 + \text{e})x$	$y = \left(1 + \frac{1}{\text{e}}\right)x$
6	La fonction f étant définie sur l'intervalle $]0~;~10[$ par $f(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x$, on peut affirmer que :	L'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique sur l'intervalle $]0~;~10[$	La fonction f est décroissante sur l'intervalle $]0~;~10[$	La fonction f' est dérivée de la fonction f s'annule une fois en changeant de signe sur l'intervalle $]0~;~10[$

EXERCICE 2 **8 points**

On enregistre un son correspondant à une certaine note de musique. Ce son est analysé à l'oscilloscope. On obtient la courbe, donnée sur le document 1 de l'annexe 1 (ci-dessous).
La courbe obtenue est celle d'une fonction périodique g de variable t, où t est le temps exprimé en millisecondes.
A. Utiliser le graphique pour répondre aux questions suivantes. On justifiera chaque réponse.

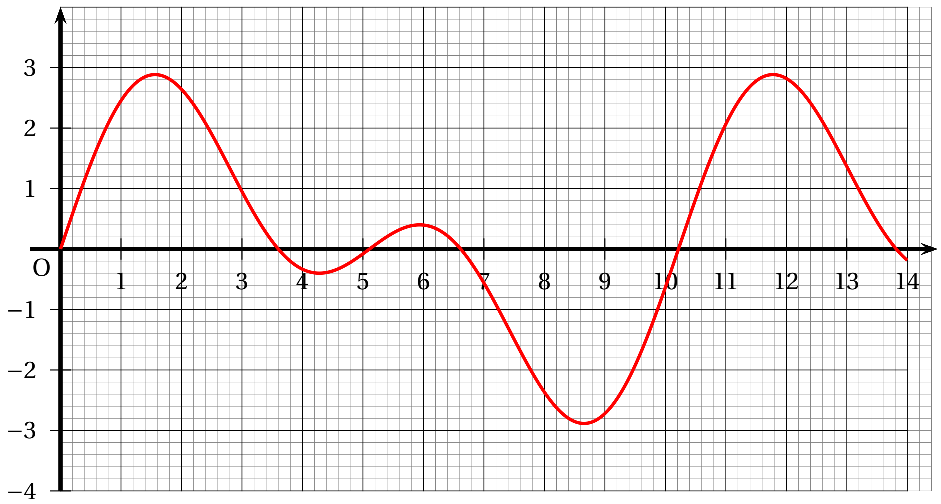
1. On désigne par g' la fonction dérivée de la fonction g sur l'intervalle $[0~;~14]$.
   a. Quel est le signe de la fonction g' sur l'intervalle $[2~;~4]$?
   b. Quel est le signe de la fonction g' sur l'intervalle $[9~;~11]$?
2. **a.** Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$ sur l'intervalle $[1~;~10]$.
   b. Donner une valeur approchée à 0,2 ms près de la solution qui appartient à l'intervalle $[3~;~4]$.

B. On sait que la période T, exprimée en ms, de la fonction g est comprise entre 0 et 14.

1. Déterminer graphiquement la valeur de T arrondie au dixième.
2. Déterminer la fréquence f en Hz de la note (on rappelle que la fréquence en Hz est l'inverse de la période exprimée en s). On donnera le résultat arrondi à l'unité.
3. En utilisant le document 2 de l'annexe 1 (ci-dessous), en déduire la note jouée.

ANNEXE 1

Document 1 : Graphique de la fonction g pour $t \in [0~;~14]$: en abscisse, une unité correspond à 1 ms, c'est-à-dire $0,001$ seconde



Document 2 : Fréquence en hertz des notes de la gamme tempérée, arrondie à 1 hertz

	DO	RE	MI	FA	SOL	LA	SI
Octave 0	33	37	41	44	49	55	62
Octave 1	65	73	82	87	98	110	123
Octave 2	131	147	165	175	196	220	247
Octave 3	262	294	330	349	392	440	494
Octave 4	523	587	659	698	784	880	988

EXERCICE 3 (AU CHOIX) ENSEIGNEMENT OBLIGATOIRE **6 points**

Une urne contient des jetons de trois couleurs (blanc, vert et jaune) et de deux formes différentes (rond et carré).

- La moitié des jetons sont blancs.
- Le tiers des jetons sont verts.
- Tous les autres jetons sont jaunes.
- Parmi les jetons blancs, la moitié sont ronds.
- Parmi les jetons verts, les trois dixièmes sont ronds.
- Parmi les jetons jaunes, les deux cinquièmes sont ronds.
- Tous les autres jetons sont carrés.

On tire au hasard un jeton de l'urne. On considère que chacun des jetons a la même probabilité d'être tiré.

On note :

B l'évènement « le jeton est blanc »
V l'évènement « le jeton est vert »
J l'évènement « le jeton est jaune »
R l'évènement « le jeton est rond »

C l'évènement « le jeton est carré ».

On donnera les probabilités sous la forme de fractions irréductibles.

1. Déterminer la probabilité pour que le jeton tiré soit jaune.

2. Donner un arbre de probabilités correspondant à la situation décrite par l'énoncé.

3. À l'aide de cet arbre, déterminer la probabilité :

  a. Que le jeton tiré soit rond.

  b. Que le jeton tiré ne soit ni blanc, ni carré.

4. Sachant que le jeton tiré est rond, quelle est la probabilité qu'il soit jaune ?

EXERCICE 4 (AU CHOIX) ENSEIGNEMENT RENFORCÉ **6 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1 + \frac{4}{x+1}.$$

Sur l'annexe 2, on a tracé la courbe $\mathscr{C}$ représentative de la fonction f dans un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$ d'unité graphique 1 cm.

1. Tracer la droite Δ d'équation $y = x - 1$ sur l'annexe 2 à rendre avec la copie.

2. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.

  a. Démontrer que $f'(x) = \dfrac{(x-1)(x+3)}{(x+1)^2}$ pour tout x de l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.

  b. Étudier le signe de la fonction f' sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$. On pourra s'aider d'un tableau.

  c. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$.

On considère le domaine plan délimité par les droites d'équations $x = 1$ et $x = 3$, la droite Δ et la courbe $\mathscr{C}$.

  a. Hachurer soigneusement ce domaine sur l'annexe 2 à rendre avec la copie.

  b. On indique que si u est une fonction strictement positive et dérivable sur un intervalle I, la fonction g définie sur l'intervalle I par $g(x) = \ln[u(x)]$ a pour dérivée la fonction g' définie sur l'intervalle I par $g'(x) = \dfrac{u'(x)}{u(x)}$.

  En appliquant cette formule, donner la dérivée de la fonction H définie sur l'intervalle $]-1\ ;\ +\infty[$ par $H(x) = 4\ln(x+1)$.

  c. Montrer que la mesure $\mathscr{A}$ exprimée en cm^2, de l'aire du domaine hachuré à la question 3. a., est égale à $\displaystyle\int_1^3 \frac{4}{x+1}\,\mathrm{d}x$.

  Calculer la valeur exacte de $\mathscr{A}$.

FEUILLE À RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 4 : ANNEXE 2