

Techniciens supérieurs de l'aviation avril 2022
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation
civile

PARTIE MATHÉMATIQUE

Toutes les questions sont indépendantes

Partie 1

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}.$$

Question 1

Une fonction L écrite en langage Python, qui a pour paramètre un nombre entier $n \geq 2$ et qui renvoie le n -ième terme de la suite (u_n) est :

<p>A.</p> <pre>1 def L(n): 2 u=1 3 for i in range (2, n): 4 u=u+1/i 5 return u</pre>	<p>B.</p> <pre>1 def L(n): 2 u=1 3 for i in range (1, n): 4 u= u + 1/i 5 return u</pre>
<p>C.</p> <pre>1 def L(n): 2 u = 1 3 for i in range (2, n+1): 4 u=u+1/i 5 return u</pre>	<p>D.</p> <pre>1 def L(n): 2 u=1 3 for i in range (2, n): 4 u=u+1/i 5 return u</pre>

Question 2

La suite (u_n) vérifie pour tout entier naturel n

A. $u_{2n} - u_n \geq \frac{1}{2}$

B. $u_{2n} - u_n < \frac{1}{2}$

C. $u_{2^n} \geq 1 + \frac{n}{2}$

D. $u_{2^n} \leq 1 - \frac{n}{2}$

Question 3

La suite (u_n)

- A.** converge, car elle est croissante et majorée
- B.** converge, car elle est décroissante et minorée
- C.** diverge, car elle est minorée par une suite divergente non bornée
- D.** diverge, car elle est majorée par une suite divergente non bornée

Partie 2

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = 10e^{u(x)}$$

où u est la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par

$$u(x) = -e^{-2-\frac{x}{10}}.$$

Question 4

Pour tout réel $x \geq 0$, la fonction f est dérivable, et :

- A. $f'(x) = e^{-e^{-2-\frac{x}{10}}}$
- B. $f'(x) = (-20 - x)e^{-e^{-2-\frac{x}{10}}}$
- C. $f'(x) = 10u(x)e^{u(x)}$
- D. $f'(x) = -u(x)e^{u(x)}$

Question 5

On admet que la fonction dérivée f' est dérivable sur $[0; +\infty[$, et on note f'' la fonction dérivée de f' .

Pour tout réel $x \geq 0$, on obtient :

- A. $f''(x) = 10(1 + u(x))u'(x)e^{u(x)}$
- B. $f''(x) = \frac{1}{10}(1 + u(x))u(x)e^{u(x)}$
- C. $f''(x) = -\frac{1}{10}e^{-e^{-2-\frac{x}{10}}}$
- D. $f''(x) = \left(\frac{x^2}{10} + 4x + 39\right)e^{-e^{-2-\frac{x}{10}}}$

Question 6

La fonction dérivée f' est maximale pour :

- A. $x = 20$
- B. $x = 0$
- C. $x = 10(2 + \sqrt{0,1})$
- A. $x = 10(2 - \sqrt{0,1})$

Partie 3

Question 7

Le système

$$\begin{cases} 2 \cos x + 3 \sin y = \sqrt{2} - \frac{3}{2} \\ 4 \cos x + \sin y = 2\sqrt{2} - \frac{1}{2} \\ -\pi \leq x \leq \pi, \quad -\pi \leq y \leq \pi \end{cases}$$

admet pour ensemble de solutions :

- A. $S = \left\{ \left(-\frac{\pi}{4}; -\frac{2\pi}{3}\right); \left(-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{3}\right); \left(\frac{\pi}{4}; -\frac{2\pi}{3}\right); \left(\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{3}\right) \right\}$
- B. $S = \left\{ \left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{2\pi}{3}\right); \left(-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right); \left(\frac{\pi}{2}; -\frac{2\pi}{3}\right); \left(\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right) \right\}$
- C. $S = \left\{ \left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right); \left(-\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right); \left(\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right); \left(-\frac{\pi}{6}; -\frac{5\pi}{6}\right) \right\}$
- D. $S = \left\{ \left(-\frac{\pi}{4}; -\frac{5\pi}{6}\right); \left(-\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right); \left(\frac{\pi}{4}; -\frac{5\pi}{6}\right); \left(\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{6}\right) \right\}$

Question 8

Le système

$$\begin{cases} 2 \cos x + 3 \sin x & = & \sqrt{2} - \frac{3}{2} \\ 4 \cos x + \sin x & = & 2\sqrt{2} - \frac{1}{2} \\ & & -\pi \leq x \leq \pi \end{cases}$$

admet pour ensemble de solutions :

- A. $S = \left\{ -\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right\}$
 B. $S = \left\{ -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\}$
 C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right\}$
 D. $S = \left\{ -\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}; -\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right\}$

Partie 4

On lance deux dés parfaitement équilibrés à quatre faces numérotées 1; 2; 3 et 6.

On considère la variable aléatoire $X = \cos\left(\frac{\pi}{A}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{B}\right)$, où A correspond à la face obtenue par le premier dé et B par le second.**Question 9**La probabilité p_1 que X soit un entier est :

- A. $p_1 = \frac{1}{4}$ B. $p_1 = \frac{3}{8}$ C. $p_1 = \frac{5}{16}$ D. $p_1 = \frac{9}{16}$

Question 10La probabilité p_2 que X soit un entier sachant que A est pair est :

- A. $p_2 = \frac{1}{4}$ B. $p_2 = \frac{3}{8}$ C. $p_2 = \frac{5}{16}$ D. $p_2 = \frac{9}{16}$

Question 11La probabilité p_3 que X soit un nombre rationnel est :

- A. $p_3 = \frac{1}{4}$ B. $p_3 = \frac{3}{8}$ C. $p_3 = \frac{5}{16}$ D. $p_3 = \frac{9}{16}$

Partie 5

Dans un repère orthonormé de l'espace $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les vecteurs

$$\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{v} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Question 12

Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont :

- A. non coplanaires
 B. colinéaires
 B. coplanaires
 B. orthogonaux

Question 13

Un vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ est orthogonal aux vecteurs \vec{u} et \vec{v} si et seulement si les coordonnées de \vec{n} vérifient le système :

- A. $\begin{cases} a+3b+4c = 0 \\ 2a-b+c = 0 \end{cases}$
 B. $\begin{cases} -3a+b+4c = 0 \\ -a-2b+c = 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} a-4b+3c = 0 \\ 2a+b+c = 0 \end{cases}$
 D. $\begin{cases} -4a+3b+c = 0 \\ a-b-2c = 0 \end{cases}$

Question 14

Ainsi, on montre que :

- A. les coordonnées d'un tel vecteur \vec{n} sont $\begin{pmatrix} 9 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$
 B. les coordonnées d'un tel vecteur \vec{n} sont $\begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$
 C. les coordonnées d'un tel vecteur \vec{n} sont $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$
 D. les coordonnées d'un tel vecteur \vec{n} n'existent pas car le nombre d'équations et le nombre d'inconnues ne coïncident pas.

Question 15

Une équation du plan passant par A(1; 1; 1) et de vecteurs directeurs \vec{u} et \vec{v} est :

- A. $-7x+5y+9z-7=0$
 B. $x+y-z-1=0$
 C. $9x-y+7z-15=0$
 D. $-2x-2y+2z+2=0$