∽ Techniciens supérieurs de l'aviation avril 2023 ∾
Techniciens supérieurs des études et de l'exploitation de l'aviation civile

PARTIE MATHÉMATIQUE

Toutes les questions sont indépendantes

Partie 1

On procède chez un sportif à l'injection intramusculaire d'un produit. Celui-ci se diffuse progressivement dans le sang.
On admet que la concentration de ce produit dans le sang, exprimée en mg.L^{-1} (milligrammes par litre) peur être modélisée par la fonction g définie sur l'intervalle $[0\,;\,8]$ par :

$$g(t) = 6t\,\mathrm{e}^{-t} \quad \text{où } t \text{ est le temps exprimé en heures.}$$

Question 1

La fonction dérivée g' de g est donnée par :

A. $g'(t) = -6t\,\mathrm{e}^{-t}$
B. $g'(t) = -6\,\mathrm{e}^{-t}$
C. $g'(t) = (-6-6t)\,\mathrm{e}^{-t}$
D. $g'(t) = (6-6t)\,\mathrm{e}^{-t}$

Question 2

On en déduit :

A. $g'(t)$ est négative sur $[0\,;\,8]$
B. $g'(t)$ est décroissante sur $[0\,;\,8]$
C. $g'(t)$ est positive sur $[0\,;\,1[$ et négative sur $]1\,;\,8]$
D. $g'(t)$ est négative sur $[0\,;\,1[$ et positive sur $[1\,;\,8]$

Question 3

On donne $\mathrm{e} \approx 2,72$ et $\dfrac{1}{\mathrm{e}} \approx 0,37$:

A. Une valeur approchée du maximum de la fonction g sur $[0\,;\,8]$ est $M \approx 16,32$
B. Une valeur approchée du maximum de la fonction g sur $[0\,;\,8]$ est $M \approx 2,22$
C. Le minimum de la fonction g sur $[0\,;\,8]$ est $m = 0$
D. Une valeur approchée du minimum de la fonction g sur $[0\,;\,8]$ est $m \approx 2,22$

Le produit fait l'objet d'une réglementation par la fédération sportive. Pour ne pas être en infraction. la concentration de ce produit au moment du contrôle, doit être inférieure à $0,05$ mg . L^{-1}.

Question 4

Un algorithme pour lequel la variable t contient à la fin de son exécution le nombre de minutes qu'il faut attendre après l'injection pour que le sportif soit à nouveau en règle avec la législation est

A.

$t \leftarrow 60$
$y \leftarrow 2,22$

Tant que $y \leqslant 0,05$
  $t \leftarrow t+1$
  $y \leftarrow 6 * t * \exp(-t)$
Fin Tant que

B.

$t \leftarrow 60$
$y \leftarrow 2,22$

Tant que $y \geqslant 0,05$
  $t \leftarrow t+1$
  $y \leftarrow \frac{t}{10} * \exp(-\frac{t}{60})$
Fin Tant que

C.

$t \leftarrow 60$
$y \leftarrow 2,22$

Tant que $y \geqslant 0,05$
  $t \leftarrow t+1$
  $y \leftarrow 6 * t * \exp(-t)$
Fin Tant que

D.

$t \leftarrow 60$
$y \leftarrow 2,22$

Tant que $y \leqslant 0,05$
  $t \leftarrow t+1$
  $y \leftarrow \frac{t}{10} * \exp(-\frac{t}{60})$
Fin Tant que

Partie 2

En mai 2020, une entreprise fait le choix de développer le télétravail afin de s'inscrire dans une démarche écoresponsable. Elle propose alors à ses 5 000 collaborateurs en France de choisir entre le télétravail et le travail au sein des locaux de l'entreprise. En mai 2020, seuls 200 d'entre eux ont choisi le télétravail. Chaque mois, depuis la mise en place de cette mesure, les dirigeants de l'entreprise constatent que 85 % de ceux qui avaient choisi le télétravail le mois précédent choisissent de continuer, et que, chaque mois, 450 collaborateurs supplémentaires choisissent le télétravail.
On modélise le nombre de collaborateurs de cette entreprise en télétravail par la suite (a_n).
Le terme a_n désigne ainsi une estimation du nombre de collaborateurs en télétravail le n-ième mois après le mois de mai 2020.

Question 5

De cet énoncé on déduit :

A. $a_0 = 5000$ **B.** $a_0 = 200$ **C.** $a_0 = 4700$ **D.** $a_0 = 552,5$

Question 6

Pour tout entier naturel n, on montre que :

A. $a_{n+1} = 0,15a_n + 450$ **B.** $a_{n+1} = 0,15a_n + 67,5$
C. $a_{n+1} = 0,85a_n + 382,5$ **D.** $a_{n+1} = 0,85a_n + 450$

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$v_n = a_n - 3000.$$

Question 7

La suite (v_n) est :

A. arithmétique de raison -3000 **B.** arithmétique de raison -3000
C. géométrique de raison 0,85 **D.** géométrique de raison 0,15

Question 8

On montre ainsi que :

A. $v_n = 200 - 3\,000n$

B. $v_n = 2\,800 \times 0,85^n$

C. $a_n = -2\,800 + 3\,000(n-1)$

D. $a_n = -2\,800 \times 0,85^n + 3\,000$

Question 9

Le nombre de télétravailleurs en septembre 2021 était alors de :

A. $200 - 3\,000 \times 17$

B. $2\,800 \times 0,85^{17}$

C. $-2\,800 + 3\,000 \times 16$

D. $-2\,800 \times 0,85^{17} + 3\,000$

Afin d'évaluer l'impact de cette mesure sur son personnel, les dirigeants de l'entreprise sont parvenus à modéliser le nombre de collaborateurs satisfaits par ce dispositif à l'aide de la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$$

où u_n désigne le nombre de milliers de collaborateurs satisfaits par cette nouvelle mesure au bout de n mois après le mois de mai 2020.

Question 10

La fonction f définie pour tout $x \in [0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = \frac{5x + 4}{x + 2}.$$

Alors :

A. f est strictement décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$

B. f est strictement croissante sur $[0\,;\,+\infty[$

C. Il existe $a \in [0\,;\,+\infty[$ tel que la fonction f est strictement décroissante sur $[0\,;\,a[$ et strictement croissante sur $]a\,;\,+\infty[$.

D. Il existe $a \in [0\,;\,+\infty[$ tel que la fonction f est strictement croissante sur $[0\,;\,a[$ et strictement décroissante sur $]a\,;\,+\infty[$

Question 11

Pour tout entier naturel n, la suite (u_n) vérifie

A. $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 4$

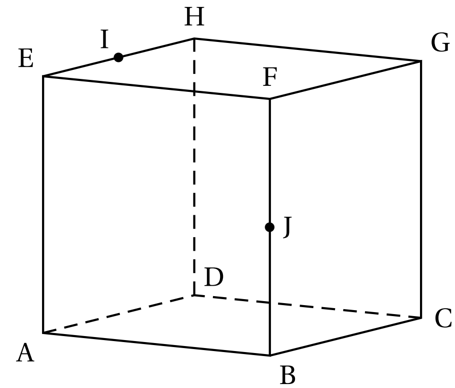
B. $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 4$

C. $1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n \leqslant 5$

D. $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 5$

Partie 3

Dans l'espace muni du repère orthonormé $\left(A\,;\,\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$, on considère le cube ABCDEFGH représenté ci-contre.
On note I et J les milieux respectifs des segments [EH] et [FB].



Question 12

A. $I\left(\frac{1}{2}\,;\,0\,;\,1\right)$ **B.** $I\left(0\,;\,\frac{1}{2}\,;\,1\right)$ **C.** $J\left(1\,;\,1\,;\,\frac{1}{2}\right)$ **D.** $J\left(0\,;\,1\,;\,\frac{1}{2}\right)$

Question 13

Un vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ est orthogonal au plan (BGI) si et seulement si les coordonnées de $\overrightarrow{n}$ vérifient le système :

A. $\left\{\begin{array}{lcl}-a+c&=&0\\2a+b-c&=&0\end{array}\right.$ **B.** $\left\{\begin{array}{lcl}b+c&=&0\\-2a+b+2c&=&0\end{array}\right.$

C. $\left\{\begin{array}{lcl}2a+b&=&0\\2a+b-c&=&0\end{array}\right.$ **D.** $\left\{\begin{array}{lcl}b+c&=&0\\2a+b&=&0\end{array}\right.$

Question 14

Ainsi, on montre que :

A. les coordonnées d'un tel vecteur $\overrightarrow{n}$ peuvent être $\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$

B. les coordonnées d'un tel vecteur $\overrightarrow{n}$ peuvent être $\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$

C. les coordonnées d'un tel vecteur $\overrightarrow{n}$ peuvent être $\begin{pmatrix}1\\-2\\0\end{pmatrix}$

D. les coordonnées d'un tel vecteur $\overrightarrow{n}$ peuvent être $\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}$

Question 15

Une équation du plan (BCI) est alors :

A. $x-2y+2z-1=0$ **B.** $x-y+z=0$

C. $x-2y+1=0$ **D.** $2x-y+z-2=0$