

∞ **Baccalauréat mathématiques élémentaires** ∞
Tahiti juin 1963

EXERCICE 1

Étudier et représenter graphiquement en axes orthonormés les variations de la fonction

$$y = \text{Log} \sin x.$$

EXERCICE 2

Calculer les racines de l'équation

$$x^3 = i.$$

EXERCICE 3

On considère un triangle rectangle isocèle fixe OAB, dans lequel $OA = OB = 2a$,
 $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{2}$.

Soient M et N des points qui varient respectivement sur les côtés OA et OB de manière que l'on ait constamment $OM + ON = 2a$.

On désigne par F le milieu de AB.

1. Montrer que $FM = FN$ et que l'angle \widehat{MFN} est droit.
Quel est le lieu du milieu, I, du segment MN ?
2. Montrer que la droite MN reste tangente à une parabole fixe, (P), dont on indiquera le foyer, la directrice, la corde focale perpendiculaire à l'axe et les tangentes aux extrémités de cette corde.
3. La droite MN rencontre AB en S et est tangente à (P) en T.
Montrer que S et T sont conjugués harmoniques par rapport à M et N.
4. On considère l'ellipse variable (E), de foyers M et N et passant par O.
 - a. Montrer que la tangente à (E) en O reste fixe et que (E) reste tangente à AB.
 - b. La tangente à (E) en O coupe MN en un point variable, R.
Montrer que la seconde tangente menée de R à (E) passe par un point fixe.

N. B. - La question 4. est indépendante de la question 3.