∽ Tahiti juin 1967 ∾
Baccalauréat mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

EXERCICE 1

Soit deux cercles, de centre O et P$'$, de rayons respectifs R et $2R$, tangents extérieurement en un point A.
À tout point M du premier on associe le point M' du second tel que
$\left(\overrightarrow{\mathrm{O}M}, \overrightarrow{\mathrm{O}'M'}\right) = \dfrac{\pi}{3}$.
Déterminer le centre, I, de la similitude qui transforme OM en O$'M'$. Indiquer sa distance à OO$'$.

EXERCICE 2

On considère l'équation

$$-0,256\cos x + 1,217\sin x = C,$$

où C est un nombre positif.

1. Montrer que cette équation a des solutions pour les valeurs de C au plus égales à un nombre positif, C_0.
2. On donne l'extrait suivant de la table des carrés :

N	N^2	N	N^2
25	625	121	14641
26	676	122	14884
...	...	123	15129
		124	15376
		125	15625

   À l'aide de cette table, calculer une valeur approchée de C_0 avec trois décimales.
3. On prend $C = C_0$. Résoudre l'équation. (Le candidat indiquera explicitement les tables numériques utilisées.)

EXERCICE 3

1. Étudier les variations de la fonction qui, à x réel, associe

$$y = f(x) = x^3 - 3x.$$

   Construire la courbe représentative (C) dans un repère orthonormé, en prenant une unité égale à 3 cm.
2. Résoudre l'équation $f(x) = f\left(x_0\right)$, x_0 étant une valeur donnée.
   Discuter.
   Par le point M_0 de (C) d'abscisse x_0, on mène la parallèle à l'axe des x, qui, pour certaines valeurs de x_0, recoupe (C) en deux points, P et Q. Déterminer le lieu géométrique (T) du milieu de PQ. Construire ce lieu. Déterminer ses intersections avec (C).
3. Par le point A de coordonnées $(+1~;~-2)$, on mène une droite (D) de pente t.
   Pour quelles valeurs de t la droite (D) coupe-t-elle (C) en des points, R et S, distincts de A ?
   Étudier le lieu géométrique du point E conjugué harmonique de A par rapport à R et S.

4. On considère les points de la courbe (C) d'abscisses 2 et $2+h \quad (h > 0)$.
Montrer que

$$f(2+h) - f(2) = hf'(c),$$

où c est un nombre compris entre 2 et $2+h$.
Déterminer la valeur de c en fonction de h.
Montrer que, quand h varie, le rapport $u = \dfrac{c-2}{h}$ reste supérieur à $\dfrac{1}{2}$.
Déterminer la limite de ce rapport u quand h tend vers 0.