Baccalauréat Toulouse juin 1948 série mathématiques

Exercice 1 (au choix)

1er sujet

Représentation d'une droite par une équation du premier degré ; coefficient angulaire.

2er sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos x + b\sin x = c$$

(on exposera seulement une méthode),

3er sujet

Ellipse et cercle considérés comme projections orthogonales l'un de l'autre.

Exercice 2

On donne dans le plan un axe dirigé $x'\text{O}x$ et sur cet axe deux points fixes S, S$'$ d'abscisses respectives a, a'.
Dans toute la suite du problème, A et B sont les extrémités d'un diamètre variable d'un cercle donné (C) de centre O et de rayon R, et A$'$, B$'$ sont les points où les droites SA et SB coupent à nouveau respectivement le cercle (C). On supposera a positif, pour fixer les idées, et différent de R.

1. On se place tout d'abord dans le cas où le point S$'$ est confondu avec le point S.
   Montrer que le cercle circonscrit au triangle SAB passe par un point fixe I autre que S ; en déduire que la droite A$'$B passe par un point fixe K.
   Montrer que le cercle circonscrit au triangle SA$'$B$'$ est orthogonal au cercle (C) et qu'il passe par un point fixé I$'$ autre que S.
   Trouver les abscisses des points I, I$'$ et K.
   Quelle particularité présente la disposition des points O, K, S, I$'$?
2. Supposant encore S$'$ confondu avec S, on mène les hauteurs du triangle SAB.
   Trouver leurs enveloppes et le lieu de leur point de concours.
   Montrer que le cercle circonscrit au triangle ayant pour sommets les pieds de ces hauteurs coupe la droite $x'\text{O}x$ en deux points fixes dont on déterminera les abscisses.
3. On se place enfin dans le cas général où les points S et S$'$ sont distincts, et l'on suppose $a + a'$ différent de zéro.
   Montrer que le lieu géométrique du point M où se coupent les droites SA et S$'$B est un cercle ; trouver en fonction de a, a', R, l'abscisse du centre de ce cercle et le rayon de ce cercle.
   Trouver le lieu géométrique du centre du cercle circonscrit au triangle MA$'$B$'$.

Cotation : question de cours : 10 points ; problème : 1. 8 points ; 2., 6 points ; 3.,6 points.