

❧ Baccalauréat Toulouse juin 1949 ❧
Série mathématiques

I.- 1^{er} sujet

Formules de transformation en produit de la somme ou de la différence de deux sinus ou de deux cosinus. Problème inverse.

I.- 2^e sujet

Dérivées des fonctions $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{cotg} x$, $\sin(ax + b)$ et $\cos(ax + b)$.

I.- 3^e sujet

Résolution d'un triangle dont on donne les trois côtés.

II.

Dans le plan des axes rectangulaires Ox , Oy , on considère la famille des cercles (C) qui coupent l'axe Ox aux points fixes donnés A , A' d'abscisses respectives a et $-a$, et la famille des cercles (Γ) tels que, si M parcourt l'un quelconque d'entre eux, le rapport des distances MA , MA' reste constant.

1. Trouver le lieu (S) des extrémités P et P' du diamètre d'un cercle (C) parallèle à AA' , et montrer que ce lieu est aussi celui des extrémités Q et Q' du diamètre d'un cercle (Γ) perpendiculaire à AA' .
2. Soit K le pôle de AA' par rapport à un cercle (C) quelconque de centre I ; on désigne par H le point diamétralement opposé au point K sur le cercle (ω) circonscrit au triangle KPP' .
Démontrer que le point I est le milieu du segment OH , et que les points où le cercle (ω) coupe l'axe Ox restent fixes quand le cercle (C) varie.
Préciser le rôle de ces points vis-à-vis de la courbe (S) , et en déduire une propriété remarquable des droites KP , KP' relativement à cette courbe.
3. Soient (X) et (X') deux droites fixes menées parallèlement à la droite AA' à la même distance donnée b de part et d'autre de cette droite.
On marque sur (X) un point quelconque T ; on désigne par (Δ) la tangente en T au cercle (C) qui passe par ce point, et par T' le point où (Δ) coupe la droite (X') .
Montrer que le produit des distances des points A , A' à la droite (Δ) reste constant lorsque T varie sur (X) .
En déduire, dans les mêmes conditions, l'enveloppe de (Δ) , et indiquer une propriété remarquable du cercle de diamètre TT' .

N. B. - Il est rappelé que l'étude d'un lieu ou d'une enveloppe comporte une proposition directe et une réciproque.

Cotation : cours : 10; problème : 6, 8, 6.