# ∽ Baccalauréat - Toulouse, Espagne et Portugal ∽ juin 1951

**SÉRIE MATHÉMATIQUES**

**I**

**1^er^ sujet**

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.
Trouver la dérivée de $y = \sqrt{1-\cos 2x}$ pour la valeur $x = \dfrac{\pi}{6}$ de la variable.

**2^e^ sujet**

Variation et représentation graphique de la fonction

$$y = \frac{x^2-2x+1}{x^2+x}.$$

**3^e^ sujet**

Progressions géométriques : définition, calcul du terme de rang $n$, somme des $n$ premiers termes.
Calculer

$$S_n = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

pour $n = 6$, puis pour $n$ quelconque.
Comment se comporte $S_n$ lorsque $n$ croît indéfiniment ?

**II**

Un point M est variable sur une ellipse fixe donnée (S), de foyers F, F′ ; on désigne par A et A′ les sommets du grand axe de l'ellipse (S), par $2a$ la distance AA′, par $2c$ la distance focale FF′.
On considère l'ellipse (E) dont un foyer est F′, qui passe par F et qui est tangente en M à l'ellipse (S).

1. Montrer que la longueur du grand axe de l'ellipse (E) demeure constante quand M parcourt (S) ; en déduire que le lieu géométrique du deuxième foyer $\varphi$ de (E) est un cercle (F) de centre F.
2. La droite FF′ coupe l'ellipse (E) en un point N distinct du point F. Les tangentes en M, F, N à l'ellipse (E) forment un triangle PQR. Trouver les lieux de P, Q, R.
3. Indiquer une construction simple de la directrice v de (E) relative au foyer $\varphi$.
   Trouver le lieu du pôle $\omega$ de $(\Delta)$ par rapport au cercle (F).
4. On projette orthogonalement le point F en I sur la directrice $(\Delta)$. Trouver le lieu du point I et en déduire l'enveloppe de la droite $(\Delta)$.
   Discuter la nature de cette enveloppe suivant la valeur de l'excentricité de l'ellipse donnée (S).