Mise en TRAIN

Programmes de calculs en 3ème

Vers les I. R.

Programme 1 :

Je choisis un nombre,
je lui ajoute 1,
je calcule le carré du résultat,
je retranche le carré du nombre de départ.

Faire des essais
Écrire une conjecture
Démontrer votre conjecture

Objectif : réactiver pair/impair, la double distributivité, conjecture dépendant de la nature du nombre choisi

Synthèse :
Si n est un nombre entier,
un nombre pair peut s'écrire 2n,
un nombre impair 2n+1,
La conjecture peut dépendre de la nature des nombres choisis.

(et aussi si cela n'a pas été fait avant :
Pour prouver que quelque chose est vrai pour tous les nombres, on rédige une preuve en désignant ces nombres par une ou des lettre(s) : n ou x etc...
Pour rédiger une preuve en algèbre, on utilise, comme en géométrie, des propriétés.
Par exemple : la distributivité.)

<u>Programme 2 :</u>

Je choisis un nombre

<u>Programme A :</u>

Je le multiplie par 2 puis j’ajoute 1

Je calcule le carré du résultat

<u>Programme B :</u>

Je le multiplie par 2 puis j’ajoute 3

Je multiplie le résultat par le double du nombre choisi

J'ajoute 1 puis je soustrais le double du nombre choisi

Faire des essais
Écrire une conjecture
Démontrer votre conjecture

Objectifs :
Travail sur les carrés avec la double distributivité et nécessité de modifier les deux programmes pour prouver l'égalité (casser l'idée de transformer le 1er programme pour arriver à l'autre).

Synthèse :
Pour prouver que deux expressions sont égales pour tout x, on peut :

- *Transformer une des expressions pour arriver à l'autre.*
- *Transformer les deux expressions et montrer qu'elles sont égales à une même troisième*

Attention : $(a + b)^2 \neq a^2 + b^2$

Programme 3 :

on choisit trois nombres consécutifs
on calcule le carré de celui du milieu
on lui soustrait le produit des extrêmes.

Faire des essais
Écrire une conjecture
Démontrer votre conjecture

<u>Objectifs :</u>

réactiver nombres consécutifs, travail sur le choix de la variable parmi les consécutifs

<u>Synthèse :</u>

trois nombres consécutifs sont forcément entiers et peuvent s'écrire, n, n+1, n+2 ou n-1, n, n+1 *...*

La preuve est plus facile selon ce que l'on choisit.

Programme 4 :

on choisit trois nombres consécutifs

- on calcule le carré du plus grand et le carré du plus petit
- on calcule la différence des deux carrés

Faire des essais
Écrire une conjecture
Démontrer votre conjecture

Objectifs :
utiliser les consécutifs, choix de la variable, plusieurs conjectures intéressantes

Conjecture :
On trouve un multiple de 4
ou 4 fois le nombre du milieu
ou un nombre pair

Synthèse :
Il peut exister plusieurs conjectures intéressantes.

Programme 5 :

on choisit deux nombres quelconques

- on calcule, pour chacun, leur carré puis la somme de leurs carrés
- puis on ajoute deux fois le produit des nombres de départ

Faire fonctionner le programme avec 3,2 et 2,8
Puis avec 6,1 et 0,9
Puis avec 4 et 3
Puis avec 1,6 et 3,4
Que remarquez-vous - Créer un autre exemple
Écrire une conjecture
Démontrer votre conjecture

Objectifs :

Introduire la première identité remarquable, la faire fonctionner dans le sens d'une factorisation (qui seul justifie son introduction), attirer l'attention de l'élève sur le double-produit (sa construction et son utilité) en partant du fonctionnement naturel des élèves qui consiste à n'écrire que les carrés...

Synthèse :

Quels que soient les nombres ou expressions mis à la place de $\bigcirc$ ou de $\square$ on a :

$$\bigcirc^2 + \square^2 + 2\bigcirc\square = (\bigcirc + \square)^2$$

On dit que le carré d'une somme est la somme des carrés augmentée du double produit des deux termes
Dans les livres on trouve :

$$\boldsymbol{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

1) $9x^2 + 30x + 25$

$$5^2 + \boxed{3x}^2 + 2 \times 5 \times \boxed{3x} = (5 + \boxed{3x})^2$$

2) $x^2 + 25 - 10x$

$$5^2 + \boxed{-x}^2 + 2 \times 5 \times \boxed{-x} = (5 + \boxed{-x})^2$$

3) $4x^2 + 36 + 26x$

$$\cancel{4x^2 + \boxed{6}^2 + 2 \times 4x \times \boxed{6} = (4x + \boxed{6})^2}$$

impossible car $2 \times 4x \times 6$ n'est pas égale à $26x$ mais $48x$.

Programme 6 :

Choisir deux nombres quelconques, les mêmes pour les deux programmes

Programme A :

je calcule la différence des carrés des deux nombres

Programme B :

Je calcule le produit de la somme des deux nombres, par la différence des deux nombres.

Quelle conjecture pouvez vous faire ? Prouvez la !

Objectif :
Introduire la troisième identité remarquable

Synthèse :
Quels que soient les nombres ou expressions mis à la place de $\square$ *ou de* $\bigcirc$ *on a :*

$$(\bigcirc + \square)(\bigcirc - \square) = \bigcirc^2 - \square^2$$

On dit que le produit de la somme et de la différence de deux nombres est la différence des carrés de ces deux nombres.

Dans les livres on trouve :

$$\boldsymbol{(a + b)(a - b) = a^2 - b^2}$$

Programme 7 :

choisir un nombre
ajouter 4 au nombre choisi
soustraire 4 au nombre choisi
multiplier les 2 résultats précédents
ajouter 16 au résultat

Faire des essais
Écrire une conjecture
Démontrer votre conjecture

Objectif : faire fonctionner les IR

Conjecture :
on trouve le carré du nombre de départ

Programme 8 :

Je choisis un nombre
Je le multiplie par 9 puis j'ajoute 12
Je multiplie le résultat par le nombre choisi
J'ajoute 4

Faire des essais
Écrire une conjecture
Démontrer votre conjecture

Prolongement : quel nombre ai-je choisi si je trouve 0 ? 25 ?

Objectif : faire fonctionner les IR et résoudre des équations du 2nd degré

Conjecture :
on trouve un carré