

Travail avec les élèves d'une classe de 3^{ème} d'un collège RAR de Besançon (Année 2011)

Énoncé du problème.

Un disquaire en ligne propose de télécharger légalement de la musique.

Offre A : 1,20€ par morceau téléchargé avec un accès gratuit au site.

Offre B : 0,50€ par morceau téléchargé moyennant un abonnement annuel de 35€.

1. Calculer pour chaque offre le prix de 30 morceaux téléchargés par an.
2.
 - a. Exprimer, en fonction du nombre x de morceaux téléchargés, le prix avec l'offre A.
 - b. Exprimer, en fonction du nombre x de morceaux téléchargés, le prix avec l'offre B.
3. Soient f et g les deux fonctions définies par $f : x \rightarrow 1,2x$ et $g : x \rightarrow 0,5x + 35$.
 - a. Calculer $g(41)$.
 - b. Trouver un antécédent de 42 par la fonction f .
 - c. Dans le repère orthonormé fourni en annexe et à rendre avec la copie, la représentation graphique de g a été tracée. Représenter dans ce même repère la représentation graphique de la fonction f .
4.
 - a. Lire graphiquement le nombre de morceaux pour lequel les prix sont les mêmes. Mettre en évidence cette valeur sur le graphique (pointillés, couleurs).
 - b. Par le calcul, retrouver le nombre de morceaux pour lequel les prix sont les mêmes.

(Elèves numérotés de droite à gauche sur l'écran.)

A) (5'15'') Travail collectif et dialogue concernant la question 2.

1. **Intervenant** : Deuxième question petit a.
2. **E12** : Donc c'est la même chose, vous faites x
3. **Intervenant** : Alors offre A, je récris offre A
4. **E15** : Oui.
5. **E12** : Oui.
6. **Intervenant** : S'il y en a qui ne sont pas d'accord vous dites.
7. **E14** : Oui on va bien le dire.
8. **E12** : Vous écrivez x euh
9. **E11** : Vous faites pareil en fait que pour les calculs, les premiers calculs
10. **Intervenant** : Oui.
11. **E11** : Sauf que vous remplacez par x en fait.
12. **Intervenant** : Je remplace quoi par x ?
13. **E11** : Par exemple x , le premier ça fait un euro vingt fois
14. **E12** : Un euro vingt x non ?
15. **E11** : Attends, c'est euh
16. **E15** : Si, si c'est un euro vingt x
17. **E11** : Un euro vingt fois
18. **E15** : Avec
19. **Intervenant** : Alors un euro vingt
20. **E12** : x

21. **Intervenant** : Foix
22. **E12** : Ou foix x c'est pareil, c'est la même chose
23. **Intervenant** : Et ça c'est donc
24. **E14** : (inaudible)
25. **Intervenant** : Là c'est pour A, c'est ça ? Et pour B, c'est l'offre B ?
26. **E14** : Oui. Vous faites 0,50 foix x plus 35.
27. **Intervenant** : D'accord. Vous me dites alors pourquoi.
28. **E11** : Ben en fait x c'est pour remplacer les morceaux téléchargés
29. **E12** : Oui.
30. **E11** : x en fait c'est un nombre indéfini enfin inconnu
31. **E12** : Voilà.
32. **E11** : On peut le remplacer par 50, 100 par des nombres, ça dépend du nombre de morceaux qu'il y a.
33. **E12** : Voilà.
34. **Intervenant** : D'accord, d'accord. Donc on met x parce qu'on peut mettre plein d'autres choses.
35. **Plusieurs** : Oui, voilà.
36. **Intervenant** : C'est ça ?
37. **E13** : Et qu'on connaît pas.

B) Travail collectif et dialogue concernant la question 3.

B.a) À Propos de la signification du schéma $f : x \rightarrow 1,2x$

38. **Intervenant** : Et qu'on connaît pas. Ok. D'accord, j'ai compris. Troisièmement soit f et g les deux fonctions définies par. Alors là il faut me dire ce que ça veut dire parce que là je ne comprends pas du tout. Ce dessin-là enfin ce schéma là. Moi je lis f deux points x une flèche 1,2x.
39. **E14** : Ben c'est pour chaque morceau téléchargé
40. **E11** : Oui mais c'es
41. **Intervenant** : Mais à quoi ils correspondent tous ces
42. **E11** : Par la fonction f
43. **E12** : c'est l'image et l'antécédent, c'est ça ?
44. **E11** : Par la fonction f, x est l'image de 1,2x en fait.
45. **E14** : La flèche en gros ça représente
46. **E11** : ça veut dire l'image
47. **Intervenant** : Donc l'image, c'est quoi, c'est x ou c'est 1,2x ?
48. **E11** : C'est la flèche, c'est x la flèche. (Elle fait un geste de la main)
49. **E12** fait un geste analogue en même temps.
50. **E12** : C'est x plus votre flèche
51. **Intervenant** : Oui
52. **E12** : Ensuite
53. **E14** : Il y a le résultat
54. **E12** : Et après vous avez
55. **E11** : C'est l'antécédent, c'est ça ?
56. **E12** : L'antécédent, c'est ça ?

57. E15 : Oui, c'est l'antécédent.
58. E12 : C'est l'antécédent (*il garde un doute*)
59. Intervenant : Qu'est-ce qui est antécédent, qu'est-ce qui est image ?
60. E14 : C'est le résultat
61. E11 : L'antécédent c'est le dernier résultat en fait.
62. E12 : Voilà.
63. Intervenant : C'est rigolo parce que anté quand on dit antécédent
64. E11 : Oui c'est avant.
65. Intervenant : C'est avant, non ? Parce que c'est un mot qui veut dire j'sais pas moi quand on dit
66. E14 : Ah non c'est le x en fait c'est l'antécédent (*Il fait le geste de la flèche*) parce que c'est de l'autre côté (*il fait le geste de la flèche dans l'autre sens*). L'image c'est par là (*il refait son premier geste*) et l'antécédent c'est par là.
67. E12 : Oh ben d'accord. Vous allez
68. Intervenant : Alors vous dites. Comme ça je le marque. x vous dites que c'est ?
69. E15 : L'image de f.
70. E14 : L'antécédent.
71. E12 : L'antécédent.
72. Intervenant : L'antécédent ?
73. E12 : L'antécédent, voilà.
74. E11 : L'antécédent de 1,2x.
75. Intervenant : L'antécédent de
76. E11 : 1,2x.
77. Intervenant : de 1,2x et là comment elle intervient là, on appelle ça une fonction, f ?
78. E11 et E12 : Oui.
79. Intervenant : ça intervient comment dans ce que vous dites là. x est l'antécédent de 1,2x
80. E14 : Ben on peut mettre x deux points, non $f : x \rightarrow 1,2x$, au lieu d'écrire antécédent, on fait la flèche.
81. Intervenant : D'accord. Donc euh x est l'antécédent de 1,2x mais ça a un rapport avec la fonction f ?
82. E14 : Ben oui.
83. E12 : Oui.
84. Intervenant : Comment on dirait alors, pour la fonction f, par la fonction f ?
85. Plusieurs : Par la fonction f.
86. Intervenant : Par la fonction f.
87. Intervenant : Voilà donc, qu'est-ce qu'on

B.b) À Propos de la signification du schéma $g : x \rightarrow 0,5x + 35$

88. E15 : Et ensuite on doit faire la même chose avec le petit x.

89. **Intervenant** : Avec, avec euh, avec l'autre fonction, c'est ça ?
90. E15 : Oui.
91. **Intervenant** : Avec g donc ?
92. E15 : Oui.
93. **Intervenant** : **Donc j'écrirai x est l'antécédent de quoi ?**
94. E14 : $0,5x + 35$
95. **Intervenant** : Ah oui. D'accord.
96. E12 : Voilà.
97. **Intervenant** : ça c'est par la fonction g donc.
98. E14 : Voilà.
99. E15 : Et à chaque fois au lieu d'écrire antécédent on fait la petite flèche. On fait x flèche de $0,5x +$
100. **Intervenant** : Donc on fait g : , c'est ça ?
101. E15 et E12 : Oui.
102. **Intervenant** : $x \rightarrow 0,5x + 35$. C'est donc comme ça.
103. E11 : En fait c'est pour simplifier. La flèche c'est pour simplifier image et antécédent. Image c'est la flèche à l'envers et quand c'est normal, la flèche comme ça c'est l'antécédent.
104. **Intervenant** : Alors l'image-là, parce que je ne l'ai pas noté, quand c'était f, l'image c'était
105. E15 : (elle montre sur la feuille de l'intervenant) Quand c'est comme ça c'est l'antécédent et quand c'est de l'autre côté c'est l'image.
106. E14 : Non c'est le contraire.
107. **Intervenant** : Mais là, là il n'y a pas d'image ?
108. E14 : (avec un geste vers la feuille de l'intervenant) Si là, c'est l'image. Quand la flèche est tournée vers la droite, c'est l'image et dès que c'est de l'autre côté, c'est l'antécédent.
109. **Intervenant** : Donc l'image c'est quoi au fait là ?
110. E14 se lève et montre sur la feuille de l'intervenant.
111. E14 : C'est la flèche et un demi de x.
112. **Intervenant** : Ah vous dites que c'est la flèche et un demi de x ?
113. E14 : Oui.
114. E15 : Oui pour bien montrer
115. E14 : Et l'antécédent c'est x.
116. **Intervenant** : Oui ça je l'ai marqué, c'est bon. Et là l'image vous diriez que c'est
117. E15 : Là l'image c'est flèche $0,5x$, voilà c'est comme ça.

C) Travail collectif et dialogue concernant le calcul de g(41).

C.a) 1^{ère} phase : on obtient le résultat sans qu'ils ne parviennent à dire ce que représente l'écriture g(41)

118. **Intervenant** : Alors ensuite on nous demande calculer g(41). Alors pareil ça je ne sais pas ce ça veut dire moi.
119. E11 : C'est une formule simplifiée en fait. g(41) c'est pareil sauf que c'est en simplifié en fait

120. **EI4** : C'est pareil que
121. **EI1** : C'est comme f
122. **EI2** : 41, c'est 41 morceaux téléchargés, voilà.
123. **Intervenant** : Oui, oui, ah d'accord.
124. **EI2** : Parce que au début vous avez 30 et maintenant là c'est marqué 41
125. **EI1** : En fait c'est fonction x en fait. C'est ça. Enfin c'est en simplifiant.
126. **Intervenant** : **Donc toi tu dis, au lieu d'écrire ça si je ne simplifiais pas, j'écrirais quoi ?**
127. **EI4** : (il se lève et montre sur la feuille de l'intervenant) Ce que vous avez écrit avant là, comme ça là.
128. **EI ?** : On remplace comme ça x par 41.
129. **Intervenant** : **Donc si je ne simplifiais pas je**
130. **EI1** : ben c'est ça mon calcul (???)
131. **Intervenant** : **Si je ne simplifiais pas j'écrirais g deux points**
132. **EI5** : Deux points 41
133. **Intervenant** : **41**
134. **EI1** : c'est ça qu'il demande de faire
135. **EI2** : Oui c'est ça.
136. **EI5** : Antécédent de
137. **EI4** : **La flèche**
138. **Intervenant** : **Je mets la flèche et là ?**
139. **EI5** : fois 0,5
140. **EI1** : 41 fois 0,5
141. **EI5** : 41 fois 0,5
142. **EI2** : + 35
143. **EI5** : + 35. Et c'est égal à 55,5.
144. **Intervenant** : **Ah parce que toi tu as ton corrigé.**
145. **EI5** : Je l'ai fait.

C. b) 2^{ème} phase à propos de la signification de l'écriture g(41).

146. **Intervenant** : **Ah d'accord. Bon ça d'accord, mais c'est quoi g(41) ?**
147. **EI4** : Mais en fait c'est les morceaux achetés.
148. **Intervenant** : **Oui mais qu'est-ce que je fais ? On me dit, calculer g(41).**
149. **EI4** : Vous l'avez
150. **Intervenant** : **Je mets g(41)**
151. **EI4** : égale 55
152. **Intervenant** : **Ah ! égale**
153. **EI2** : (il montre le graphique de la feuille de l'intervenant) Oui parce que vous avez déjà votre (???) là g donc c'est celle-ci qu'il faut calculer.
154. **EI4** : Si ce serait mis f eh ben on aurait fait l'autre
155. **EI5** : Avec l'autre
156. **Intervenant** : **Donc en fait**
157. **EI2** : Il vous demande de calculer le premier.

158. **Intervenant** : D'accord. Là je comprends. **Mais si je regarde le dessin qui est là, voilà. (Il montre sur sa feuille le schéma avec la flèche) Là j'ai 55,5. Ça marche ça ?**
159. EI4 : Oui.
160. EI2 : **Ça c'est le résultat oui.**
161. **Intervenant** : Et là j'ai pareil donc
162. EI1 : **C'est la même chose en fait. g entre parenthèses 41**
163. **Intervenant** : **C'est la même chose que ça ?**
164. EI1 : **C'est la fonction de 41 en fait. g est une fonction.**
165. **Intervenant** : Oui.
166. EI1 : Sauf que c'est pas la même lettre et 41 en fait c'est la fonction de 41. **Après quand on calcule la fonction de g 41 en fait on va l'appeler comme ça ça fait 55,5 et là vous l'avez calculé avant.**
167. EI2 : Oui.
168. **Intervenant** : **Donc là je pourrais écrire au bout de la flèche je pourrais écrire g de**
169. EI4 : 41
170. **Intervenant** : **41 ça va ? C'est ça, c'est bon ?**
171. EI2 : Oui.
172. **Intervenant** : **Donc je pourrais écrire g deux points 41 flèche g(41) ?**
173. EI4 : **Voilà. C'est la même chose en fait**
174. EI1 : **C'est la même chose. En fait les calculs là-bas c'est la même chose que g(41) tout seul.**
175. **Intervenant** : D'accord. Et là alors ce serait pareil euh, euh
176. EI4 : g(x)
177. **Intervenant** : Ah ben oui donc ça je pourrais l'écrire
178. *EI4 fait un geste pour indiquer à l'intervenant d'écrire.*
179. **Intervenant** : Tu me dis
180. EI4 : **g entre parenthèses x**
181. *L'intervenant écrit.*
182. EI4 : En fait c'est la
183. **Intervenant** : **C'est correct ça pour vous ? Je peux écrire x : → g(x) ?**
184. EI4 : **Non. C'est en fait c'est deux trucs différents mais ça veut dire la même chose.**
185. EI3 : Aïe, aïe, aïe. Un jour où (inaudible)
186. **Intervenant** : **Ça vous ne l'écririez pas ?**
187. EI2 : **Non il y a juste celui-ci.**
188. **Intervenant** : **Ça mais pas ça.**
189. EI2 : **Voilà. 41 fois 0,5 plus 35. Voilà c'est l'offre B, c'est la plus simple.**
190. **Intervenant** : **Vous écririez g(41), mais ça vous ne l'écririez pas ?**
191. EI2 : **Voilà. Parce que g(41) justement on vous demande de le calculer.**
192. **Intervenant** : D'accord.
193. EI2 : Avec 41 morceaux téléchargés.
194. **Intervenant** : D'accord, donc ça je ne l'écris pas.
195. EI2 : Voilà.