Baccalauréat C Tunisie février 1960 (session de remplacement)

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet

L'arc x tendant vers 0, déterminer la limite de $\dfrac{\sin x}{x}$ lorsque x est évalué en radians, en degrés ou en grades.
Dérivée de $\cos x$ dans chacun de ces trois cas.

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet

Étude des variations et représentation graphique de la fonction

$$\frac{2+\cos x}{1-2\cos x}.$$

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a\cos 2x + b\cos x + c = 0,$$

où a, b, c sont des constantes données.

II.

Soient une *droite fixe* Δ, un point P$'$ situé sur Δ, deux points O et P symétriques par rapport à Δ.
On désigne par (S$'$) la similitude directe ayant O pour point double et faisant passer de P à P$'$. Soient γ un cercle passant par O et P et γ' son transformé par (S$'$). On désigne par (ω) et (ω') les centres de γ et γ' et par R et R$'$ les rayons de ces cercles.

1. A et B étant les intersections de γ et Δ, montrer que γ' passe par (ω), par le centre du cercle circonscrit au triangle AOP$'$, par le centre du cercle circonscrit au triangle BOP$'$.
2. γ et P$'$ sont maintenant fixés.
   - **a.** Trouver O sur γ pour que γ et γ' soient tangents.
   - **b.** Trouver O sur γ pour que R = R$'$.
   - **c.** Montrer qu'à toute position O_1 de O sur γ peut être associée une autre position telle que $R'_1 = R'_2$.
     Cette position est-elle unique ? [R$_i$ ($i = 1$ ou 2) est le rayon de γ'_i, transformé de γ dans la similitude directe $\left(S'_i\right)$ ayant O pour point double et faisant passer de P$_i$, symétrique de O$_i$, par rapport à Δ, à P$'$.]
   - **d.** *γ et P$'$ sont toujours fixés ; on fixe de plus, un point P$''$ de* Δ.
     On désigne par (S$''$) la similitude de centre O qui fait passer de P à P$''$. (S$''$) transforme γ en γ'', de rayon R$''$.
     Trouver O sur γ pour que R$''$ = kR, k étant une constante positive donnée.
     Peut-il arriver que le point O soit indéterminé sur γ ?
3. γ et P$'$ sont toujours fixés.
   - **a.** À quelle condition peut-on mener par P$'$ deux droites rectangulaires dont chacune coupe γ ?
   - **b.** On suppose cette condition réalisée et l'on mène par P$'$ deux droites rectangulaires qui coupent γ, l'une aux points O_1 et O_2, l'autre aux points O_3 et O_4. On définit ainsi quatre similitudes $\left(S'_1\right)$, $\left(S'_2\right)$, $\left(S'_3\right)$, $\left(S'_4\right)$, d'où quatre cercles γ'_1, γ'_2, γ'_3, γ'_4, de rayons R'_1, R'_2, R'_3, R'_4.
     Montrer qu'entre deux quelconques de ces rayons (et R éventuellement) existe une relation simple, que l'on déterminera.