

# BROCHURE « TROISIÈME DEGRÉ ET IMAGINAIRES »

## Introduction

Actuellement, dans l'enseignement secondaire, les nombres **négatifs** « apparaissent » dès les premières années de collège, alors que les nombres **complexes** (ou **imaginaires**) sont introduits dans les dernières années de lycée.

En étudiant l'histoire de l'apparition de ces nombres, on constate que d'une part ils sont « nés » quasi-simultanément, et que d'autre part ils sont tout aussi imaginaires (ou tout aussi réels) les uns que les autres.

C'est à partir de la résolution des équations du troisième degré que CARDAN et BOMBELLI, passant outre les « interdictions », ont utilisé ces nombres « impossibles » pour poursuivre leurs calculs de façon formelle : c'est à cette époque-là que l'on pourrait situer **la naissance** des imaginaires.

Leur gestation, c'est l'œuvre (sur des siècles) des mathématiciens arabes pour introduire la notion algébrique d'équation ainsi que les méthodes de résolution de ces équations (en particulier celles du troisième degré).

La jeunesse et l'adolescence de ces nombres, c'est tout le travail de GIRARD à GAUSS, en passant par DESCARTES, D'ALEMBERT et EULER, sur ce qu'on appelle désormais le théorème fondamental de l'algèbre.

Enfin, ils sont devenus « adultes » quand a été établi que le corps **C** était la clôture algébrique de **R**.

Cet opuscule est destiné avant tout aux enseignants de mathématiques, non seulement pour enrichir leur « culture personnelle », mais aussi pour qu'ils puissent pointer du doigt l'historique de certains obstacles conceptuels : je fais en effet l'hypothèse que certaines difficultés, ou représentations erronées, de nos élèves peuvent trouver une explication dans l'étude de l'histoire et de l'épistémologie des mathématiques.

*Voir table des matières ci-après*

## PRÉSENTATION DE LA BROCHURE « TROISIÈME DEGRÉ ET IMAGINAIRES »



### Résumé :

Au neuvième siècle, dans le monde arabe, AL-KHWARIZMI « inventait » l'algèbre pour résoudre les équations du second degré. A partir de ce moment, les « savants » arabes, puis européens, ont cherché des méthodes pour résoudre les équations du troisième degré : la première « formule » algébrique connue est attribuée à Cardan.

Peu après, BOMBELLI a osé poursuivre les calculs avec des nombres « impossibles », passant outre les « interdictions ». Les nombres imaginaires étaient nés... Il a fallu attendre l'époque de DESCARTES pour que l'on ose dire que toute équation polynomiale de degré  $n$  devait avoir  $n$  racines.

Et il a fallu encore des décennies pour que ces nombres aient un véritable statut mathématique, et que le corps  $\mathbf{C}$  prenne enfin structure.

C'est cette histoire qui est relatée dans ces pages...

*Voir introduction et table des matières ci-après*

Cette brochure est destinée aux enseignants de mathématiques, d'une part pour enrichir leur culture personnelle dans ce domaine de l'histoire des mathématiques, mais aussi, et surtout, pour leur faire pointer du doigt l'historique de certaines difficultés conceptuelles : certaines difficultés de nos élèves peuvent en effet trouver une explication dans l'étude de l'épistémologie des mathématiques.

Nom de la brochure : **TROISIÈME DEGRÉ ET IMAGINAIRES**

Auteur : Jacques VERDIER

Editeur : Régionale Lorraine A.P.M.E.P.

ISBN : 978-2-906476-10-3

Date de publication : octobre 2009 (nouvelle édition, revue et augmentée)

Format : A4 relié, 90 pages R°-V°

Public visé : enseignants

Prix de vente : 7 €

## TABLE DES MATIÈRES :

### PREFACE DE MICHE HENRY

### INTRODUCTION

### L'ALGÈBRE ARABE DU IX<sup>E</sup> AU XII<sup>E</sup> SIÈCLE

PAR OU COMMENCER ?  
AL-KHWARIZMI  
ABU KAMIL  
AL-BIRUNI ET ABU-L-JUD  
‘UMAR AL-KHAYYĀM  
NASĪR AD-DĪN AT-TŪSĪ

### L'ARITHMÉTIQUE MÉDÉVALE (XV<sup>E</sup> SIÈCLE) ET LA RENAISSANCE EN ITALIE (XVI<sup>E</sup> SIÈCLE)

LES MANUSCRITS DE PAMERS ET DE CESENA  
LA RENAISSANCE ITALIENNE  
LUCA PACIOLI  
SCIPIONE DEL FERRO  
TARTAGLIA  
JÉRÔME CARDAN  
LUDOVICO FERRARI  
RAFAELE BOMBELLI

### LE THÉORÈME FONDAMENTAL DE L'ALGÈBRE ET LE STATUT DES NOMBRES IMAGINAIRES

ALBERT GIRARD  
RENE DESCARTES  
MICHEL ROLLE  
DE LA “ NATURE ” DES NOMBRES IMAGINAIRES  
LA FIN DU XVII<sup>E</sup> ET LES DÉBUTS DU XVIII<sup>E</sup>  
JEAN LE ROND D'ALEMBERT  
LES LOGARITHMES DES NOMBRES NÉGATIFS SONT-ILS IMAGINAIRES ?  
LEONHARD EULER  
KARL FRIEDRICH GAUSS  
AUGUSTIN CAUCHY  
BREF HISTORIQUE DES DÉMONSTRATIONS DU THÉORÈME FONDAMENTAL DE L'ALGÈBRE  
LES ÉQUATIONS DE DEGRÉ SUPÉRIEUR OU ÉGAL À 5

### LA REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DES NOMBRES COMPLEXES

CASPAR WESSEL  
ROBERT ARGAND ET L'ABBE BUEE  
JOSEPH FRANÇOIS FRANÇAIS  
C. V. MOUREY  
AUGUSTIN CAUCHY  
« POUR » OU « CONTRE » CETTE REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE ?  
NÉGATIFS ET COMPLEXES : IL RESTE QUELQUES IRREDUCTIBLES...

### QU'Y A-T-IL AU-DELA DE $C$ ?

WILLIAM HAMILTON  
ÉVARISTE GALOIS

### INDEX DES NOMS CITÉS

### BIBLIOGRAPHIE