

Durée : 4 heures

∞ Baccalauréat C Vietnam septembre 1975 ∞

EXERCICE 1

1. Déterminer les trois nombres réels  $a, b, c$  tels que l'on ait, quel que soit le réel  $x$  :

$$8x^4 + 6x^2 + 2 = (2x^2 + x + 1)(ax^2 + bx + c)$$

2. En déduire, qu'en base neuf,  $\overline{80602}^{(\text{neuf})}$  est divisible par  $\overline{211}^{(\text{neuf})}$  et écrire, dans cette base, le quotient du premier nombre par le second.

EXERCICE 2

Soit  $E$  un espace vectoriel euclidien orienté de dimension 3, rapporté à une base orthonormée directe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On désigne par :

$R_1$  : la rotation vectorielle dont l'axe est défini et orienté par  $\vec{i}$  et dont une détermination en radian de l'angle est  $-\frac{\pi}{2}$ .

$R_2$  : la rotation vectorielle dont l'axe est défini et orienté par  $\vec{j}$  et dont une détermination en radian de l'angle est  $\frac{\pi}{2}$ .

$S$  : la symétrie vectorielle par rapport à la droite vectorielle déterminée par  $\vec{k}$ .

1. Nature de  $T = S \circ R_2 \circ R_1$
2. Soit  $\vec{v} \in E$ ; exprimer les coordonnées  $(x'; y'; z')$  du vecteur  $T(\vec{v})$  en fonction des coordonnées  $(x; y; z)$  de  $\vec{v}$ .
3. Déterminer les vecteurs invariants de  $T$ .

PROBLÈME

N. B. : Les questions 2.,3.,4.,5. sont indépendantes

On considère la fonction numérique d'une variable réelle  $f$  telle que

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - x + 2}$$

1. Étudier cette fonction. On montrera que la fonction dérivée première s'annule pour les valeurs  $(-2 - 2\sqrt{2})$  et  $(-2 + 2\sqrt{2})$ .

Construire la courbe représentative  $(C)$  de  $f$  dans un plan  $P$  muni d'un repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . On prendra pour unité : 2 cm sur l'axe des abscisses et 4 cm sur l'axe des ordonnées.

Placer les points d'intersection de  $(C)$  avec les axes, avec l'asymptote et les points correspondant aux extrema de  $f$ . On donnera les coordonnées de ces points au  $\frac{1}{100}$  près par défaut.

2. Soit  $(D)$  la droite d'équation  $y = kx$ . Étudier le nombre de points d'intersection de  $(D)$  et  $(C)$ . Donner les équations des tangentes à  $(C)$  issues de  $O$  et les coordonnées des points de contact de ces tangentes avec  $(C)$ .

3. Donner, suivant les valeurs du paramètre  $m$ , le nombre de points d'intersection de  $(C)$  avec la droite  $(D)$  d'équation  $y = m$ .

Quand  $(D)$  coupe  $(C)$  en deux points  $M$  et  $M'$ , déterminer les coordonnées du milieu  $I$  de  $MM'$ . Déterminer par son équation cartésienne l'ensemble des points  $I$ , lorsque  $m$  décrit  $\mathbb{R}$ . Courbe représentative.

4. Calculer la dérivée seconde de  $f$  et les racines de l'équation  $f''(x) = 0$ .

Montrer que les trois points de  $(C)$  qui ont pour abscisses ces racines sont alignés.

5. Dans le plan affine euclidien  $P$  muni du repère  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère le mouvement du point  $M$  de coordonnées  $(x; y)$  défini par l'application de  $[-1; +\infty[$  dans  $P$  telle que :

$$\begin{cases} x(t) = \frac{2(t-1)}{t+3} \\ y(t) = \frac{-4(t-1)}{t^2+7} \end{cases}$$

- a. Quelle est la trajectoire du point  $M$ ? (On précisera les limites de cette trajectoire pour  $t \in [-1; +\infty[$ .)

- b. Donner les composantes du vecteur vitesse de  $M$ .

Etudier la limite du vecteur vitesse quand  $t$  tend vers  $+\infty$ .