Baccalauréat C Vietnam février 1960 (remplacement)

I. - 1er sujet

Progression arithmétique : définition ; calcul du terme de rang n ; calcul de la somme des n premiers termes.

I. - 2er sujet

Limite du rapport $\dfrac{\sin x}{x}$ quand x tend vers zéro, x désignant la mesure algébrique d'un angle en radians.
Application : Calculer la dérivée de la fonction $\sin x$.

I. - 3er sujet

Polaire d'un point par rapport à deux droites.

II.

On donne, dans le plan, un axe $x'\text{O}x$ et, sur cet axe, deux points fixes S, S′ d'abscisses respectives a, a'.
Dans toute la suite du problème, A et B sont les extrémités d'un diamètre variable d'un cercle donné (C), de centre O et de rayon R, et A′, B′ sont les points où les droites SA et S′B coupent à nouveau respectivement le cercle (C).
On suppose a positif et différent de R.

1. On se place tout d'abord dans le cas où le point S′ est confondu avec le point S.

   Montrer que le cercle circonscrit au triangle SAB passe par un point fixe I, autre que S ; en déduire que la droite A′B′ passe par un point fixe, K.

   Montrer que le cercle circonscrit au triangle SA′B′ est orthogonal au cercle (C) et qu'il passe par un point fixe, I′, autre que S.

   Trouver les abscisses des points I, I′ et K.

   Quelle particularité présente la disposition des points O, K, S, I′ ?
2. Supposant encore S′ confondu avec S, on mène les hauteurs du triangle SAB.

   Trouver leurs enveloppes et le lieu de leur point de concours.

   Montrer que le cercle circonscrit au triangle ayant pour sommets les pieds de ces hauteurs coupe la droite $x'\text{O}x$ en deux points fixes, dont on déterminera les abscisses.
3. On se place enfin dans le cas général, où les points S et S′ sont distincts, et l'on suppose $a + a'$ différent de zéro.

   Montrer que le lieu géométrique du point M où se coupent les droites SA et S′B est un cercle ; trouver, en fonction de a, a', R, l'abscisse du centre de ce cercle et le rayon de ce cercle.

   Trouver le lieu géométrique du centre du cercle circonscrit au triangle MA′B′.