

## Osons colorier et rendre visibles des notions mathématiques !

L'atelier relate des pistes de travail explorées au sein d'un groupe de recherche de l'Irem de Lorraine et présentes dans la brochure « Mathématiques visuelles – Osons des coloriages » éditée par ce même Irem en 2004. Les réflexions telles « on voit bien que... » entendues dans nos classes nous rendent méfiants à propos de considérations visuelles dans notre enseignement.

Notre groupe a travaillé ces dernières années sur des situations dans lesquelles ce qui est vu pourra être une aide à l'appropriation de concepts mathématiques.

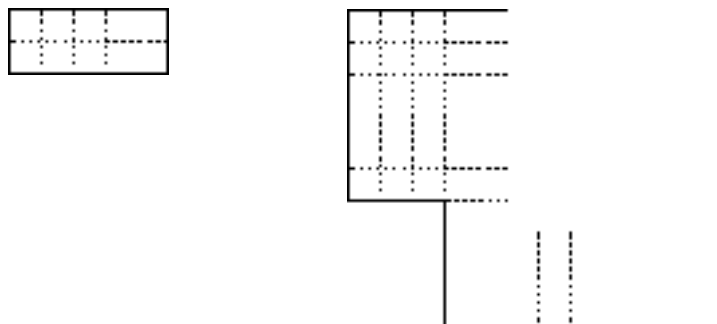
Un premier travail concernant l'utilisation de coloriages a été finalisé. Il était *a priori* écrit à destination des collègues enseignant en collège. Cependant, nous sommes convaincus que les enseignants de cycle III se retrouveront dans certaines des approches proposées.

### De la couleur pour visualiser des nombres :

Une première activité :

*Colorie en rouge le rectangle  $5 \times 2$ . Il représente le nombre 1.*

*En utilisant de nouveau la couleur rouge, fais-moi comprendre quel nombre est représenté par le polygone.*



Des élèves placent aisément 4 rectangles  $5 \times 2$ . Il reste alors 16 carreaux.

D'autres placeront 5 zones rouges de 10 carreaux. Il reste alors 6 carreaux.

Les élèves ont colorié soit  $4 + \frac{16}{10}$  soit  $5 + \frac{6}{10}$ . Il y a de quoi réfléchir : pourquoi

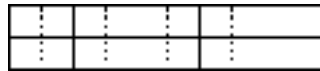
ces écritures représentent le même nombre ? Le coloriage des unités (en particulier en rouge, couleur importante dans le vécu des élèves) permet une visualisation du

fait que dans l'écriture « 5,6 », le « 5 » donne un ordre de grandeur et le « 6 » représente une partie qui dans certains cas pourra être négligée.

D'autre part, le rectangle  $5 \times 2$  pourra également représenter 100, 1000... ou 0,1, 0,01... et la recherche du nombre représenté garde tout son intérêt.

Une seconde activité :

*J'ai dessiné un rectangle représentant le nombre 10. Dessine des polygones représentant les nombres 6, 12, 45, 138. Colorie en rouge les dizaines et en vert les unités restantes.*

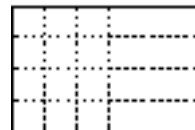
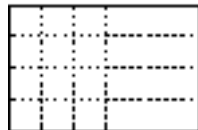


En prenant divers nombres représentés par le rectangle  $5 \times 2$ , des polygones représentant des nombres en écriture entière, fractionnaire ou décimale sont demandés. Il est important que le nombre « de départ » ne soit pas toujours représenté par un rectangle de 10 carreaux (le dixième de ce rectangle ne doit pas être toujours un carreau).

Ces deux travaux peuvent être envisagés à l'école élémentaire, dès le cycle III, et sont utilisés avec profit dans nos classes de sixième. Le but est de donner du sens aux écritures fractionnaires, en utilisant divers polygones pour des représentations de ces nombres. Nous reprenons là une habitude des Grecs pour lesquels les nombres « rectangulaires » étaient associés à des multiplications (habitude conservée lors de l'usage des formats  $24 \times 36$  ou  $21 \times 29,7$ ).

Une troisième activité :

*Colorie le premier rectangle dans la proportion 2 sur 3 et colorie  $\frac{2}{3}$  du second rectangle.*



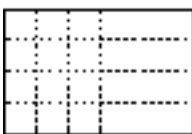
Les notions de « proportion » et de « fraction de » sont présentées à nos élèves. Nous voudrions qu'ils prennent conscience qu'une « proportion » peut s'exprimer par « une fraction de » et qu'une « fraction de » peut représenter une proportion. Colorier le premier rectangle dans la proportion 2 sur 3 signifie pour nous délimiter

des zones de 3 carreaux et, dans chacune d'entre elles, en colorier 2. Colorier  $\frac{2}{3}$  du second rectangle signifie pour nous partager le rectangle en 3 parts égales et en colorier 2. Nous constatons que le nombre de carreaux coloriés est le même dans les deux cas...

Nous pensons que pour nos élèves « 43% de » ne se traduit pas d'une manière évidente par «  $\frac{43}{100} \times$  ».

Cette démarche préalable nous paraît utile pour leur faire comprendre que faire agir un pourcentage (proportion) pourra nécessiter des calculs avec « une fraction de ». Elle est utilisée dans nos classes de sixième, mais pourrait également être utilisée dans des classes de cycle III.

Une quatrième activité :



Le rectangle ci-dessus représente le nombre 1

*Colorie en rouge  $\frac{7}{24}$  et en vert  $\frac{9}{24}$ . Quel nombre représente la zone coloriée ?*

*Quel nombre représente la zone non coloriée ?*

*En utilisant le même rectangle pour visualiser 1, utilise un coloriage pour*

*visualiser  $3 \times \frac{7}{24}$ .*

Les vingt-quatrièmes prennent le statut de nouvelle unité (dans une écriture fractionnaire, le dénominateur dénomme l'unité, le numérateur indique le nombre de ces unités) et les additions ou soustractions d'écritures fractionnaires de même dénominateur prennent aisément du sens.

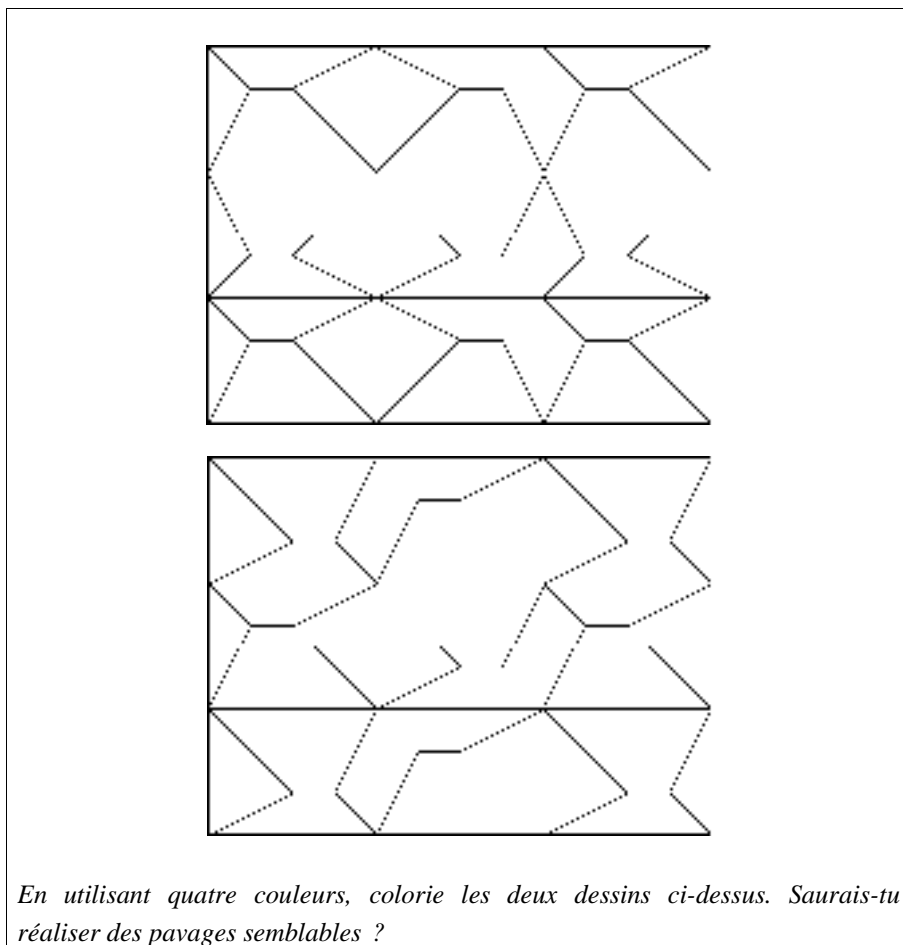
D'autres coloriages visualiseront  $\frac{5}{6} \times \frac{3}{4}$  ( 5 colonnes rouges croiseront 3 lignes jaunes, nous pourrions nous intéresser à la zone orange...).

L'enseignant saura utiliser le rectangle dessiné pour faire colorier autre chose que des vingt-quatrièmes : des quarts, des tiers, des sixièmes... peuvent intervenir dans les écritures proposées.

Dans nos classes, dès la sixième, donner un statut d'« unité » au dénominateur permet de donner du sens à des expressions comme « 3 cinquièmes + 2 cinquièmes » ou « 2×3 cinquièmes ». Le coloriage est une aide à la visualisation du nombre d'unités intervenant.

**De la couleur pour visualiser des contenus géométriques :**

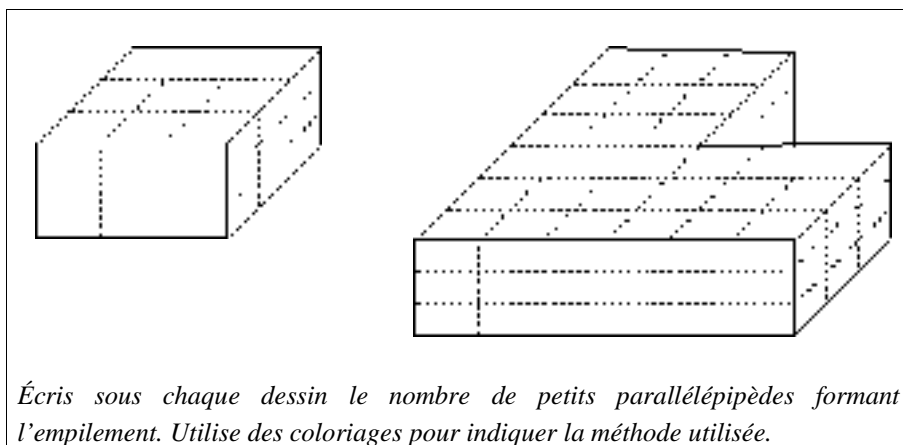
Une première activité :



Pour la plupart des élèves, les quatre couleurs sont utilisées pour visualiser chaque type de pièces. Des symétries orthogonales, centrales et des translations sont ainsi mises en évidence. La réalisation de nouveaux pavages met en œuvre les transformations repérées. Le coloriage de ces nouveaux dessins est une aide à la validation des tracés.

Cette activité pourrait servir d'activité de découverte pour les symétries orthogonale et centrale. Nous préférons la mettre en œuvre en classe de quatrième pour revoir les symétries rencontrées les années précédentes et aborder les translations.

Une deuxième activité :



Des coloriages par couches ou par tranches sont utilisés pour le premier dessin. Pour le second, une autre stratégie est possible...

Ce type d'activité nous paraît nécessaire en classe de sixième. Tous les parallélépipèdes de la couche supérieure sont visibles et leur nombre peut être trouvé. Nous prenons ensuite bien le temps de préciser aux élèves que ce type de représentation sous-entend que les autres couches sont identiques (pas de trous ou de parties saillantes...). Le coloriage proposé servira de visualisations de la formule du volume d'un parallélépipède et pourra être réutilisé en classe de cinquième pour le volume d'un prisme.

**Des coloriages pour faire quelques liens entre mathématiques et art contemporain :**

Le dessin puis le coloriage de quadrilatères entrecroisés ont été utilisés pour « suprématisme » de Nicholai Mochailawitch (1920-1921). Des tracés de rectangles ayant des côtés parallèles aux bords de la feuille se retrouvent dans « Polyphon gefasstes Weiss » de Paul Klee (1930), « Passager Magenta » de Sean Scully (1999) ou « Hommage au carré n° VI » de Josef Alberts (1967).

La dispersion de zones colorées dans un rectangle ou un carré permet la réalisation de véritables ?uvres d'art. François Morellet en particulier a utilisé ce procédé dans certaines de ses ?uvres telle « Répartition aléatoire (40 % bleu, 40 % rouge, 10 % vert, 10 % orange) » réalisée en 1960. Il y a ici l'occasion de visualiser des résultats d'enquêtes statistiques.

Les tracés mis en ?uvre par Mondrian lorsqu'il privilégie les carrés et les rectangles, les directions horizontales et verticales ainsi que les couleurs primaires peuvent être aussi exploités.

Le dessin de rectangles entrecroisés est proposé depuis plusieurs années à des élèves de sixième et de CM1, CM2 dans le cadre d'échanges mathématiques entre classes. Le but de ces tracés est d'habituer les élèves à des tracés de rectangles en position non traditionnelle sur du papier non quadrillé.

Les divers contacts entre mathématiques et art contemporain peuvent être repris dès le cycle III. Dans ce type d'activité, notre discipline n'est pas instrumentalisée, ce sont les Arts Plastiques qui se mettent au service de notre enseignement...

Pour terminer, un extrait du livre « Matière à pensée » de Jean-Pierre Changeux et Alain Connes (Poches ODILE JACOB 2000) (page 111).

*Hadamard signale que, lors du travail préparatoire, quand les images commencent à surgir dans le cerveau du mathématicien, parfois, une soudaine illumination envahit son cerveau et sa sensibilité. Elle constitue une étape importante dans le travail de la création mathématique. Mais une troisième étape suit nécessairement, elle consiste en vérifications et en définitions qui permettent d'exposer avec précision un raisonnement, un théorème ou une définition. Cette dernière étape fait intervenir raisonnement et jugement.*

Nous pensons que le coloriage facilite l'apparition de ces images, qu'il peut être source d'illumination et qu'il utilise la sensibilité de nos élèves. À l'enseignant ensuite de tout faire pour faciliter la « troisième étape » décrite dans les lignes ci-dessus.

Céline COURSIMAULT Collège Vauban 54400 LONGWY  
François DROUIN Collège Les Avrils 55300 SAINT MIHIEL